# Esercitazione 13

Marco Bonvini

28 Marzo 2019

## 1 Guida con molla

Una massa $m$ si può muovere lungo una guida fissa agli estremi, priva di attrito, inclinata a formare un angolo $\theta$ con il piano orizzontale, con $\tan\theta = 1/2$. La massa è connessa ad un estremo di una molla ideale di costante elastica $k$ e lunghezza di riposo nulla. L'altro estremo della molla è connesso ad un punto $B$ fisso, che giace al di sotto della guida. All'inizio la massa viene tenuta ferma nel punto $A$, alla stessa quota di $B$ (la molla è orizzontale). La distanza tra $A$ e $B$ è $d = 50$cm. All'istante $t = 0$ la massa viene lasciata libera di muoversi.

1. Si calcoli il valore $k$ della costante elastica della molla sapendo che se la massa vale $m = m_0 = 80$g essa si trova in equilibrio in $A$.
2. Si calcoli il valore $m = m_1 < m_0$ affinché questa massa raggiunga il punto $C$, posizionato sulla guida esattamente sopra a $B$, con velocità nulla.
3. Si scriva l'energia potenziale del sistema in funzione dei parametri e della coordinata $x$ lungo la guida (con $x_A = 0$), e la forza risultante lungo la direzione della guida.
4. Si discuta il moto della massa $m$.

[Sol. 1. $k = (m_0 g/d)\tan\theta = 0.78$N/m; 2. $m_1 = \frac{kd}{2g}\frac{1-\tan^2\theta}{\tan\theta} = m_0\frac{1-\tan^2\theta}{2} = \frac{3}{8}m_0 = 30$g; 3. $U(x) = mgx\sin\theta + \frac{1}{2}k(d^2 + x^2 - 2dx\cos\theta)$, $F_x = -k(x - x_0)$, $x_0 = d\cos\theta - \frac{mg}{k}\sin\theta = \frac{5}{8}d\cos\theta$; 4. Moto armonico con pulsazione $\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{\frac{4g}{3d}}$ centrato in $x_0$]

## 2 Pesetti molleggiati

Un corpo di massa $m = 2.0$kg è appoggiato sul piano di un tavolo. Il corpo è attaccato a una molla ideale di costante elastica $k = 32$N/m fissata su un lato del tavolo, mentre dall'altro lato una fune ideale lo lega ad un pesetto di massa $M = 9.2$kg che pende dal tavolo, tramite una carrucola posta sul bordo del tavolo. Tra il corpo e il piano vi è attrito con coefficiente dinamico $\mu_d = 0.10$ e coefficiente statico $\mu_s = 0.15$.

0. Trovare la condizione di equilibrio (espressa in termini dell'elongazione della molla $x$ rispetto alla lunghezza di riposo).

Il pesetto viene tirato verso il basso, di una quantità tale da provocare un'elongazione della molla di $\delta x = 3.8$m, e poi rilasciato. Assumendo che la fune resti sempre tesa,

1. determinare l'altezza massima che raggiunge il pesetto rispetto alla quota di partenza;
2. determinare la velocità massima del pesetto;
3. verificare che la fune resti effettivamente sempre tesa (ovvero determinare la condizione per cui la fune sia sempre tesa).

[Sol: 0. $\frac{g}{k}(M - m\mu_s) \leqslant x \leqslant \frac{g}{k}(M + m\mu_s)$, ovvero tra 2.7m e 2.9m;