Esercitazione 16 e 17

Marco Bonvini

7 Maggio 2019

1 Il cannone nel vagone

Un piccolo cannoncino si trova entro un vagone ferroviario chiuso di lunghezza L con una riserva di proiettili. Il cannone viene fatto sparare verso destra e il vagone rincula a sinistra. I proiettili sparati dal cannone restano entro il vagone dopo aver urtato le pareti.

1. Dopo che tutti i proiettili sono stati sparati quale è il massimo spostamento teoricamente possibile che il vagone può avere avuto verso sinistra rispetto alla sua posizione iniziale?
2. Quale è la velocità del vagone dopo che tutti i proiettili sono stati sparati?

[Sol: 1. L; 2. $v = 0$]

2 Uomo che salta dal vagone (e muore)

Un vagone ferroviario di massa $M = 2.5$T si muove su un binario rettilineo con velocità costante $u_0 = 100$km/h in assenza di attrito apprezzabile. Sul vagone si trova un uomo, di massa $m = 75$kg, inizialmente fermo rispetto al vagone. L'uomo si mette a correre lungo il vagone in verso opposto a quello del moto del vagone e quando salta giù dalla coda del vagone la sua velocità rispetto al vagone ha modulo $|v_R| = 10$km/h. Determinare, subito dopo che l'uomo è saltato, la velocità V del vagone e la velocità v dell'uomo rispetto al suolo.

[Sol: $V = u_0 - \frac{m}{m+M} v_R = 100\text{km/h} + 0.3\text{km/h}$, $v = V + v_R = u_0 + \frac{M}{m+M} v_R = 90\text{km/h}$]

3 Il mazzo di carte

Serie armoniche in Wikipedia
Fino a quanto riesco a far sporgere le carte di un mazzo? Si assuma che la lunghezza della carta sia $\ell = 10$cm, e si considerino $n = 100$ e $n = 1000$ carte.

[Sol: La carta n-esima è spostata rispetto alla prima di una quantità che al massimo è $x_n = \frac{\ell}{2} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$. Con $n = 100$ si trova $x_{100} = 26$cm, con $n = 1000$ si trova $x_{1000} = 37$cm]

4 La catena che scivola dal bordo del tavolo

Una catena ideale, perfettamente flessibile e inestensibile, di lunghezza L e densità per unità di lunghezza λ, scivola dal bordo di un tavolo. Supponendo che non ci sia attrito, che la catena parta da ferma e che all'istante iniziale una parte lunga x_0 di essa penda dal bordo del tavolo dimostrare che il tempo occorrente alla catena per scivolare dal tavola vale

$$t = \sqrt{\frac{L}{g}} \log\left(\frac{L}{x_0} + \sqrt{\frac{L^2}{x_0^2} - 1}\right).$$

Si supponga ora che il coefficiente di attrito dinamico tra la catena e il piano del tavolo valga μ. Dimostrare che in tal caso, supponendo che nella posizione iniziale la forza di attrito statico non sia in grado di tenere ferma la catena, il tempo occorrente alla catena per scivolare dal tavolo vale

$$t = \sqrt{\frac{L}{g(1+\mu)}} \log\left(\frac{L + \sqrt{L^2 - (x_0(1+\mu) - L\mu)^2}}{x_0(1+\mu) - L\mu} \right).$$

Se il coefficiente di attrito statico vale μ_s dimostrare che la catena non cade dal tavolo se e solo se

$$x_0(1+\mu_s) \leqslant \mu_s L.$$