

Esercitazione 20 e 21

Marco Bonvini

13 Maggio 2019

1 Momento di inerzia del semicerchio

Si consideri un filo metallico a forma di semicerchio di raggio R e massa M . Si introduca un sistema di coordinate tale che il filo giaccia sul piano xy , con gli endpoints sull'asse x e il resto del filo nel semipiano $y > 0$, e il centro del cerchio nell'origine. Si calcoli:

1. il centro di massa;
2. il centro di massa usando il **teorema di Guldino**;
3. il momento di inerzia rispetto all'asse x ;
4. il momento di inerzia rispetto all'asse y ;
5. il momento di inerzia rispetto all'asse z ;
6. il momento di inerzia rispetto ad un asse nel piano xy che forma un angolo α con l'asse x ;
7. il momento di inerzia rispetto ad un asse parallelo all'asse x e passante per il centro di massa;
8. il momento di inerzia rispetto ad un asse parallelo all'asse x e tangente al semicerchio;
9. il momento di inerzia rispetto ad un asse parallelo all'asse z e passante per il centro di massa;
10. il momento di inerzia rispetto ad un asse parallelo all'asse y e passante per il centro di massa;
11. il momento di inerzia rispetto ad un asse posto ad una distanza $L \gg R$ dal centro di massa.

Quale è il momento di inerzia più piccolo? [Sol: 1. $\vec{r}_c = (0, 2R/\pi, 0)$; 3. $I_{O,x} = MR^2/2$; 4. $I_{O,y} = MR^2/2$; 5. $I_{O,z} = MR^2$; 6. $I_{O,n} = MR^2/2$; 7. $I_{c,x} = MR^2(1/2 - 4/\pi^2)$; 8. $I_{T,x} = MR^2(3/2 - 4/\pi)$; 9. $I_{c,z} = MR^2(1 - 4/\pi^2)$; 10. $I_{c,y} = MR^2/2$; 11. $I_L \sim ML^2$]

2 L'asta con cerniera molleggiata

Un'asta rigida di lunghezza $\ell = 0.80\text{m}$ e massa M è incernierata al suo estremo A e appesa all'altro estremo B , tramite una fune ideale e una carrucola, ad un corpo di massa $m = 10.0\text{kg}$. Il sistema è in equilibrio, con l'asta in posizione orizzontale.

1. Calcolare la massa M dell'asta.
2. Calcolare modulo, direzione e verso della reazione vincolare nel punto A .

A un certo istante la fune viene tagliata, e l'asta comincia a ruotare attorno al polo A . Il vincolo in A oppone resistenza elastica, descritta dal momento $\tau = k\theta$, essendo θ l'angolo rispetto alla posizione orizzontale iniziale.

3. Calcolare la costante elastica k sapendo che l'asta inverte il moto per la prima volta ad un angolo $\theta_1 = 150^\circ$.

[Sol: 1. $M = 2m = 20.0\text{kg}$; 2. $R_y = mg = 98.1\text{N}$; 3. $k = Mg\ell \sin \theta_1 / \theta_1^2 = 11.5\text{Nm/rad}$]