Esercitazione 22 e 23

Marco Bonvini

21 Maggio 2019

1 Cilindro e pesetto

Un cilindro di massa $M = 8.0$kg e raggio $R = 12.0$cm si trova inizialmente fermo su un tavolo scabro orizzontale con coefficiente di attrito statico μ_s. All'asse del cilindro è connessa una fune che, tramite una carrucola posta sul bordo del tavolo, lo connette ad un pesetto di massa $m = 12.0$kg sospeso a lato del tavolo. La carrucola ha raggio $r = 2.0$cm e momento di inerzia $I_c = 2.0\text{gm}^2$.

1. Determinare il valore minimo del coefficiente μ_s per cui il cilindro rotola senza strisciare.
2. Calcolare la velocità del centro di massa del cilindro dopo che il pesetto è sceso di un'altezza $h = 30.0$cm.
3. Calcolare le tensioni della fune.

[Sol: 1. $\mu_s \geqslant \frac{a}{2g} = 0.21$ con $a = \frac{mg}{3M/2+m+I_c/r^2} = 4.06\text{m/s}^2$; 2. $v = \sqrt{2ah} = 1.56$m/s; 3. $T_1 = \frac{3}{2}Ma = 49$N, $T_2 = m(g-a) = 69$N]

2 Slitta molla massa

Una slitta di massa M e lunga d è libera di muoversi su piano orizzontale con attrito trascurabile. Ad un estremo della slitta, all'interno, è posta una molla di costante elastica k e lunghezza di riposo ℓ_0. All'altro estremo della slitta, sempre all'interno, vi è un blocchetto di massa m. Per $t < t_0$ il sistema è fermo. All'istante t_0 una piccola esplosione all'interno della slitta fornisce al sistema un'energia E, mettendo in movimento slitta e massa. Dopo l'esplosione il blocchetto si sposta all'interno della slitta, raggiunge la molla e la comprime. Tra slitta e blocchetto vi è attrito dinamico con coefficiente μ_d. Si calcoli:

1. la velocità v_0 del blocchetto e V_0 della slitta nell'istante immediatamente successivo all'esplosione;
2. la velocità v_1 del blocchetto e V_1 della slitta nell'istante in cui la compressione della molla è massima;
3. la massima compressione x della molla.

[Sol: 1. $V_0 = \sqrt{\frac{2Em}{M(m+M)}}$, $v_0 = -\sqrt{\frac{2EM}{m(m+M)}}$; 2. $v_1 = V_1 = 0$;
3. $x = -\frac{mg\mu_d}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg\mu_d}{k}\right)^2 + \frac{2}{k}(E - mg\mu_d(d-\ell_0))}$]

Risolvere di nuovo il problema assumendo che l'esplosione sia avvenuta all'esterno, dal lato della molla.

[Sol: 1. $v_0 = 0$, $V_0 = \sqrt{\frac{2E}{M}}$; 2. $v_1 = V_1 = \frac{M}{m+M}V_0 = \frac{\sqrt{2ME}}{m+M}$;
3. $x = -\frac{mg\mu_d}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg\mu_d}{k}\right)^2 + \frac{2}{k}\left(\frac{m}{m+M}E - mg\mu_d(d-\ell_0)\right)}$]

3 Barzelletta (quasi)

Ci sono un cilindro pieno, uno cavo, una sfera piena e una cava. Tutti hanno la stessa massa e lo stesso raggio. Si trovano in cima ad un piano inclinato scabro, e ciascuno è convinto di arrivare per primo in fondo. Si lanciano contemporaneamente. Chi ha ragione?

[Sol: La sfera piena, che ha il momento di inerzia più piccolo. Infatti dalla conservazione dell'energia $\omega_{\text{fin}}^2 = \frac{2Mgh}{MR^2+I}$, oppure dalle equazione cardinali $\dot{\omega} = \frac{MgR\sin\theta}{MR^2+I}$.]