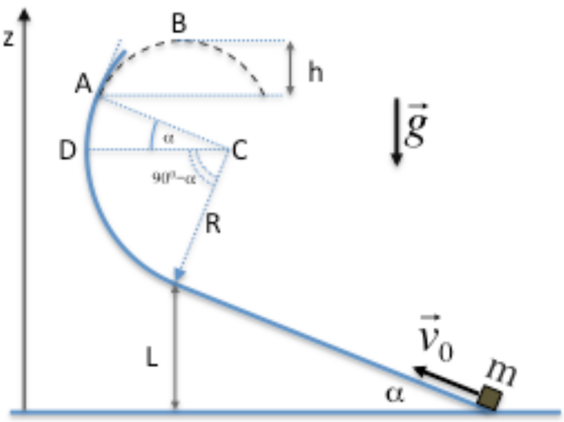
Esercitazione 9 e 10

Marco Bonvini

21 Marzo 2019

1 Esercizio a casa



Si consideri la guida indicata in figura, formata da un piano inclinato liscio di altezza L e inclinazione **α** ed un cerchio di raggio (ignoto) ***R*** e centro ***C***.
Una massa viene lanciata verso l'alto con velocità $\boldsymbol{v_0}$, percorre il piano inclinato, continua il suo moto lungo il cerchio per un angolo pari a 90^0 e quindi si stacca dalla guida nel punto ***A***. La massa quindi prosegue il suo moto raggiungendo la massima quota nel punto ***B***. Se indichiamo con z la quota, sia $\boldsymbol{z_B - z_A = h}$.

Si calcoli:

1) la velocità della massa nei punti ***A*** e ***B***;

2) la reazione vincolare in ***A*** ed il raggio ***R*** del cerchio;

3) la velocità della massa nel punto ***D*** e la reazione vincolare in ***D;***

4) la velocità iniziale $\boldsymbol{v_0}$.

Dati numerici: **α** = 22^0, ***h*** = 17.7 cm, ***L*** = 19.8 cm, ***m*** = 1.00 kg

2 Pendolo rotante

Una sbarra di massa trascurabile e lunghezza ℓ è imperniata a un piatto appeso al soffitto. La sbarra può ruotare sul perno in una sola direzione, formando un angolo θ con la verticale. Sull'altra estremità della sbarra è appesa una pallina di massa m. Il piatto ruota con velocità angolare costante ω.

1. Si calcoli la velocità angolare minima ω_0 in grado di sollevare la pallina rispetto alla sua posizione più bassa possibile ($\theta = 0$).

2. Considerando $\omega < \omega_0$, descrivere il moto della pallina se essa viene lasciata libera di muoversi all'istante $t = 0$ con la sbarra che forma un angolo $\theta_0 \ll 1$ con la verticale.

3. Considerando $\omega > \omega_0$, descrivere il moto della pallina se essa viene perturbata di un angolo $\phi_0 \ll 1$ rispetto all'angolo di equilibrio.

4. Che moto descrive la pallina quando perturbata se $\omega = \omega_0$?

[Sol: 1. $\omega_0 = \sqrt{g/\ell}$; 2. Nel limite considerato l'equazione del moto è $\ddot{\theta} \simeq -(\omega_0^2 - \omega^2)\theta$, quindi si comporta come un pendolo che oscilla con pulsazione $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$; 3. L'equazione del moto è $\ddot{\phi} \simeq -\omega^2\big(1 - \omega_0^4/\omega^4\big)\phi$, quindi oscilla attorno alla posizione di equilibrio con pulsazione $\Omega = \omega\sqrt{1 - \omega_0^4/\omega^4}$; 4. Oscillatore anarmonico $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta^3/2 = 0$]