

Esercizi di Meccanica Analitica e Relativistica

Marco Bonvini

16 dicembre 2022

1 Orbite del gruppo di Lorentz

Si definisce “orbita del gruppo passante per un punto E ” la curva che si ottiene (nello spazio in cui il gruppo agisce) agendo con tutti gli elementi del gruppo su E . Si consideri il sottogruppo speciale di Lorentz dei boost lungo x , e si consideri il sottospazio bidimensionale di M_4 (ottenuto ignorando le coordinate y e z) su cui questo sottogruppo agisce. Si calcolino e si disegnino le orbite del sottogruppo speciale, sia per eventi di tipo spazio che per eventi di tipo tempo. Si interpreti il risultato in considerazione dell’intervallo invariante.

2 Paradosso dei gemelli

Si consideri il setup del paradosso dei gemelli, e si assuma che ciascuno dei due abbia un orologio che invia segnali luminosi all’altro periodicamente, con periodo T , durante tutta la durata del viaggio. L’orologio del gemello sulla Terra emette n_1 segnali che vengono ricevuti prima dell’inversione di rotta e n_2 segnali che vengono ricevuti dopo, per un totale di $n_1 + n_2$ segnali nel tempo $\Delta t_{\text{Terra}} = (n_1 + n_2)T$. L’orologio del gemello sull’astronave emette n segnali prima dell’inversione di rotta e n segnali dopo, per un totale di $2n$ segnali nel tempo $\Delta t_{\text{Nave}} = 2nT$. Si dimostri che $\Delta t_{\text{Terra}} > \Delta t_{\text{Nave}}$, sfruttando solo informazioni su questi segnali e senza usare gli argomenti usati a lezione. Si consiglia vivamente di disegnare un diagramma di Minkowski.

3 Paradosso del box

Si supponga di possedere un’automobile lunga ℓ e di un box lungo $\ell/2$. Determinare la velocità che l’auto deve avere affinché entri interamente nel box. E dal punto di vista dell’automobile, che succede?