7.2 Definizione dell'intervallo di confidenza

DORE-LONGO

Esaminiamo di nuovo la relazione che esiste in termini di probabilità tra il *valore vero* di una grandezza e la sua *stima*: dato un valore vero θ^* della grandezza θ, la sua stima t sarà distribuita secondo una certa f. di d. e sarà possibile fare affermazioni probabilistiche del tipo: la probabilità che in un particolare esperimento t sia compreso tra $\theta^* - \Delta\theta_1$ e $\theta^* + \Delta\theta_2$ è α:

$$P(\theta^* - \Delta\theta_1 < t < \theta^* + \Delta\theta_2) = \alpha \tag{7.1}$$

Il calcolo di tale probabilità può essere fatto esattamente se si conosce la f.di d. di t; ad esempio nel caso di una gaussiana se $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = \sigma$, $\alpha = 68.3\%$.

?

Per stabilire l'intervallo di confidenza su θ^*, determinata la stima t, si può semplicemente immaginare di invertire il contenuto probabilistico della (7.1): nella frazione α dei casi in cui

$$\begin{cases}\theta^* - \Delta\theta_1 < t \\ \theta^* + \Delta\theta_2 > t\end{cases} \quad \text{allora} \quad \begin{cases}\theta^* < t + \Delta\theta_1 \\ \theta^* > t - \Delta\theta_2\end{cases}$$

e la (7.1) può essere riscritta come: !

$$\boxed{P(t - \Delta\theta_2 < \theta^* < t + \Delta\theta_1) = \alpha} \tag{7.2}$$

Tuttavia questa scrittura formale non rappresenta una affermazione probabilistica su θ^*, per il semplice fatto che θ^* *non è una variabile casuale*, avendo un valore ben definito, anche se incognito. !

Per fare un esempio semplice di possibile errata interpretazione della (7.2) supponiamo di contare le particelle emesse da una sostanza radioattiva in un tempo unitario (distribuzione poissoniana) la cui frequenza media (valore vero) per unità di tempo sia 2.

Allora la probabilità di misurare 4 conteggi nell'unità di tempo sarà $2^4 e^{-2}/4! = 0.09$ ovvero $P(t = \theta^* + 2) = 0.09$. Se in una particolare misura otteniamo 2 conteggi non possiamo certo interpretare una meccanica inversione della precedente affermazione probabilistica scrivendo $P(\theta^* = t - 2) = 0.09$, affermando cioè che la probabilità che $\theta^* = 0$ è 0.09. Infatti se θ^* fosse uguale a 0 (nessuna emissione possibile) non potremo *mai* misurare $t = 2$.

La affermazione probabilistica (7.2), che è formalmente corretta, va quindi letta in maniera diversa: poniamo $\theta_1 = t - \Delta\theta_2$ e $\theta_2 = t + \Delta\theta_1$; θ_1 e θ_2 sono variabili casuali, essendo funzioni di t. Allora scrivendo

INCOERENTE !

$$P(\theta_1 < \theta^* < \theta_2) = \alpha$$

intendiamo che, ripetendo infinite volte l'esperimento, il valore vero θ^* (che sarà sempre lo stesso) sarà compreso tra θ_1 e θ_2 (che cambiano di volta in volta) in una frazione α dei casi; ovvero che in una singola misura la affermazione $\theta_1 < \theta^* < \theta_2$ ha una probabilità α di essere vera. L'intervallo (θ_1, θ_2) non rappresenta quindi un intervallo di probabilità per θ^*, ma viene detto *intervallo di confidenza*; α viene detto *coefficiente* o *livello di confidenza*.

frequente di θ^* ?

30a) 21.a) 25) 91e)

(77a ~~25~~