Fisica II per Scienze Chimiche – Formulario

- Derivate e integrali

In genere, date le *generiche variabili* $y(t)$ e $x(t)$,

$$y = \frac{\mathrm{d}x}{dt} \quad \leftrightarrow \quad dx = y\, dt \quad \Rightarrow \quad \Delta x|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} y(t)\, dt\,.$$

Nota: $\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$, $\ddot{x} \equiv \frac{d^2x}{dt^2}$, $\dot{y} \equiv \frac{dy}{dt}$, $\ddot{y} \equiv \frac{d^2y}{dt^2}$, etc..

Derivate delle funzioni sinusoidali [idem per sin()]:

$$\frac{d^n}{dt^n}\left[X\cos\left(\omega t + \varphi_x\right)\right] \;=\; \omega^n X \cos\left(\omega t + \varphi_x + n\frac{\pi}{2}\right)$$

(Per operatori vettoriali vedere nel seguito, ove sono usati)

- Angolo piano e angolo solido

"rad = arco su raggio" $\rightarrow$ $d\theta = ds/r$.

"sr = area calotta su raggio^2" $\rightarrow$ $d\Omega = dA/r^2$.

$\Rightarrow$ cono di <u>semi</u>apertura θ: $\Omega = 2\pi \cdot (1 - \cos\theta)$.

In genere, per dA non ortogonale alla 'direzione di vista': $d\Omega = dA \cdot |\hat{r}\cdot\hat{n}|\,/\,r^2$.

Dimensione angolare per piccoli angoli: 'dimensione trasversa diviso la distanza'.

- Andamenti esponenziali (Nota: $\alpha > 0$)

con z generica variabile (temperatura, velocità, nr. di nuclei o di batteri, tensione condensatore, etc.)

a)
$$\frac{dz}{dt} = \alpha\, z$$
$$\Rightarrow \quad z(t) = z_0\, e^{t/\tau} \qquad [\tau = \frac{1}{\alpha}]$$

b)
$$\frac{dz}{dt} = -\alpha\,(z - z_F)$$
$$\Rightarrow \quad z(t) = z_F + (z_0 - z_F)\, e^{-t/\tau} \qquad [\tau = \frac{1}{\alpha}]$$

τ notevoli: m/β, C/η, RC, L/R
(ove le due 'C' sono 'capacità' di diverso tipo)

- Oscillatore armonico (con z generica variabile)

$$\frac{d^2}{dt^2}\, z(t) \;=\; -\omega^2\, z(t) \quad \Longleftrightarrow \quad z(t) = A\,\cos(\omega t + \varphi)\,,$$

con ω^2 di valore numerico positivo e *ovvie* dimensioni, con A e φ dipendenti dalle *condizioni iniziali*.

<u>Se</u> $z(0) = A_0$ e $\dot{z}(0) = 0 \implies z(t) = A_0\cos(\omega t)\,.$

- Basi di cinematica:

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (\text{anche } \frac{d\vec{r}}{dt}) \\
\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt}\,; \\
\Delta\vec{s}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)\, dt \\
\Delta\vec{v}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t)\, dt
\end{aligned}$$

- Leggi della meccanica

$$\begin{aligned}
\vec{a} &= \frac{\vec{F}}{m} \\
\frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F} \qquad [\vec{p} = m\vec{v}] \\
\Delta\vec{p}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\, dt \\
\vec{F}_A^{(B)} &= -\vec{F}_B^{(A)} \\
\vec{F}_A^{(tot)} &= \sum_i \vec{F}_A^{(i)}\,.
\end{aligned}$$

- Sistema isolato: $\sum_i \vec{p}_i =$ costante.
- Altrimenti:
  $\frac{d}{dt}\left(\sum_i \vec{p}_i\right) = \vec{F}^{(ext)} \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt} v_{CM} = \frac{\vec{F}^{(ext)}}{m_{tot}}$.

- Lavoro, energia cinetica e potenziale. Potenza.

$$\begin{aligned}
dL &= \vec{F}\cdot d\vec{s} \\
L|_A^B = \int_A^B dL &= \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\Big|_A^B \equiv \Delta E_C|_A^B \\
[\; &= -\Delta E_p|_A^B \quad \text{solo } \vec{F} \text{ conserv.}] \\
F_x &= -\frac{dE_p(x)}{dx}\,, \text{ etc.} \\
P &= \frac{dL}{dt} \qquad (\text{anche } P = \frac{dE} {dt} \ e \ P = \frac{dQ}{dt})
\end{aligned}$$

- Corpo rigido:

$$\begin{aligned}
\vec{M} &= \vec{r}\wedge\vec{F} \qquad \left[\vec{M}_{tot} = \sum_i \vec{M}_i\right] \\
\vec{L} &= \vec{r}\wedge\vec{p} \qquad \left[\vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{L}_i\right] \\
I &= \sum_i m_i r_i^2 \quad [\,= \sum_i I_i\,] \;\rightarrow \text{``} \int \mathrm{d}I \text{''}
\end{aligned}$$

$$\vec{M}^{(ext)} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{L} = cost$$

Rotazione intorno ad un asse fisso: <u>analogie</u>

$$\begin{array}{rcl}
x & \leftrightarrow & \theta \\
v = \frac{dx}{dt} & \leftrightarrow & \omega = \frac{d\theta}{dt} \\
a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} & \leftrightarrow & \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\
m & \leftrightarrow & I \\
a = \frac{F}{m} & \leftrightarrow & \dot{\omega} = \frac{M}{I} \\
p = mv & \leftrightarrow & L = I\omega \\
F = \frac{dp}{dt} = ma & \leftrightarrow & M = \frac{dL}{dt} = I\dot{\omega} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \leftrightarrow & \ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}$$

- Forze gravitazionali ed elettriche
(fra oggetti puntiformi o sferici)

$$\vec{F}_m^{(M)}(\vec{r}) = -\frac{G\,M\,m}{r^3}\,\vec{r}$$
$$\left[G = 6.67\times 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2} \right]$$
$$\vec{F}_q^{(Q)}(\vec{r}) = \frac{k_0\,Q\,q}{r^3}\,\vec{r}$$
$$\left[k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9\times 10^9\,\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2} \right]$$

con $\vec{r}$ da M a m, o da Q a q.

In termini di **campi**:

$$\begin{aligned} \vec{F}_m^{(M)}(\vec{r}) &= m\cdot\vec{\mathcal{G}}^{(M)}(\vec{r})\,, \\ \vec{F}_q^{(Q)}(\vec{r}) &= q\cdot\vec{E}^{(Q)}(\vec{r})\,, \end{aligned}$$

ove

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{G}}^{(M)}(\vec{r}) &= -\frac{G\,M}{r^3}\,\vec{r} \\ \vec{E}^{(Q)}(\vec{r}) &= \frac{k_0\,Q}{r^3}\,\vec{r}\,. \end{aligned}$$

[In particolare: $\vec{\mathcal{G}}^{(M_T)}(R_T) = -g\,\hat{z}$.]
Additività:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{G}}(\vec{r}) &= \sum_i \vec{\mathcal{G}}^{(M_i,\vec{r}_i)} = -G\sum_i \frac{M_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}\,(\vec{r}_i-\vec{r}) \\ \vec{E}(\vec{r}) &= \sum_i \vec{E}^{(Q_i,\vec{r}_i)} = k_0\sum_i \frac{Q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}\,(\vec{r}_i-\vec{r}). \end{aligned}$$

Nota: se i campi sono dovuti a distribuzioni continue di 'cariche' (*gravitazionali* o elettriche) compariranno *sommatorie su infiniti elementi infinitesimi* dM o dQ ($\rightarrow$ integrali!), riscritti in termini della *densità (lineare, superficiale o di volume)* e dell'elemento infinitesimo di lunghezza, superficie o volume, ad es. $dM = \lambda dx$, $dM = \sigma dS$, $dM = \rho dV$, e simili per dQ. Quindi, ad esesmpio, campo in $\vec{r}$ prodotto da dQ in $\vec{r}\,'$:

$$d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k_0\,dQ}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\,(\vec{r}\,'-\vec{r}).$$

- Casi particolari di campi (elettrostatici)

$$E_r(r) = \frac{2k_0\,\lambda}{r}\cdot\hat{r} \qquad \text{[filo rett. infinito]}$$
$$E_x(x) = \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}\cdot\mathrm{sign}(x) \qquad \text{[piano infinito]}$$

Due piani infiniti paralleli $\rightarrow$ principio di sovrapposiz.
In prossimità (all'**esterno**) **di un conduttore**:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n} \qquad \text{('Th. di Coulomb')}$$

- Teorema di Gauss (per il caso elettrostatico)

$$\begin{aligned} d\Phi(\vec{E}) &= \vec{E}\cdot d\vec{S} = \vec{E}\cdot(dS\cdot\hat{n}) = E\cdot dS\cdot(\hat{r}\cdot\hat{n}) \\ \Phi_u(\vec{E}) &= \int_S d\Phi \qquad [\Phi \text{ uscente, con } \hat{n} \text{ verso l'esterno}] \\ \Phi_u(\vec{E}) &= \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}. \end{aligned}$$

[Gravità: '$1/\epsilon_0$' $\rightarrow$ '$-4\pi\,G$'; 'Q_{in}' $\rightarrow$ 'M_{in}'.]

- Energia potenziale e potenziale (grav. e elettr.)

$$\Delta E_p|_A^B = m\cdot\Delta V_G|_A^B \iff \Delta E_p|_A^B = q\cdot\Delta V|_A^B$$

Percorso chiuso: $\sum_i \Delta E_{p_i} = 0$.

- Forza $\leftrightarrow$ En. Pot. $\iff$ Campo $\leftrightarrow$ Potenziale
(caso elettrostatico, unidimensionale)

$$\Delta E_p|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2} F(x)\,\mathrm{d}x \;\Leftrightarrow\; \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2} E(x)\,\mathrm{d}x$$
$$F(x) = -\frac{dE_p(x)}{dx} \;\Leftrightarrow\; E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Caso particolare di forza costante:

$$\Delta E_p|_{x_1}^{x_2} = -F\cdot\Delta x \;\Leftrightarrow\; \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -E\cdot\Delta x\,.$$

Inoltre, da $\sum_i \Delta E_{p_i} = 0$ segue $\sum_i \Delta V_i = 0$.

- Campo $\leftrightarrow$ Potenziale (caso generale, elettrostatico)

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V\,,$$

con $\vec{\nabla}$ l'operatore gradiente, in coordinate cartesiane

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)$$

e in coordinate polari (limitandoci al caso 2D)

$$\vec{\nabla}_{pol} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\right) = \left(\frac{\partial}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\hat{\theta}\right).$$

Da cui segue la variazione infinitesima e finita di potenziale

$$\begin{aligned} dV &= \vec{\nabla}V\cdot d\vec{s} = -\vec{E}\cdot d\vec{s} \\ \Delta V|_A^B &= \int_A^B \vec{\nabla}V\cdot d\vec{s} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}. \end{aligned}$$

- Zero (convenzionale) del potenziale
- Per come sono introdotti, E_p e V sono definiti a meno di una costante additiva;
- per le forze che vanno come $1/r^2$ è *di norma* conveniente porre lo zero del potenziale all'infinito $\Rightarrow$ potenziale alla distanza r da Q:

$$\begin{aligned} V(r) - V(\infty) &= \Delta V|_\infty^r = -\int_\infty^r \vec{E}\cdot d\vec{s} \\ V(r) &= \frac{k_0\,Q}{r}\,, \end{aligned}$$

da cui segue en. pot. E_p di q posta alla distanza r:

$$E_{p_q}^{(Q)}(r) \;=\; q\cdot V^{(Q)}(r) = \frac{k_0\, q\, Q}{r}\,,$$

avendo esplicitato il fatto che $V(r)$ è dovuto a Q.
Infine, **campi e potenziali sono additivi**.

- **Circuiti in corrente continua (c.c.)**
Generatore di tensione:

$$V^{(+)} - V^{(-)} \;\equiv\; f\,.$$

Legge di Ohm, leggi di Kirchhoff, effetto Joule:

$$\begin{aligned}
I &= \frac{dQ}{dt} \\
I_{A\to B} &= \frac{V_A - V_B}{R_{A\leftrightarrow B}} \qquad \Rightarrow \qquad \text{“}I = \frac{\Delta V}{R}\text{”} \\
R &= \rho\,\frac{l}{A} \qquad \text{(conduttore cilindrico)} \\
\sum_i I_i &= 0 \qquad \text{(nodi)} \\
\sum_i \Delta V_i &= 0 \qquad \text{(maglie)} \\
P &= I\cdot\Delta V = \ldots = \ldots\ \ldots
\end{aligned}$$

Resistenze in serie e in parallelo:

$$\begin{aligned}
R_s &= \sum_i R_i \\
R_p^{-1} &= \sum_i R_i^{-1}\,.
\end{aligned}$$

- **Condensatori e circuiti con f** (costante), **R e C**
($\rightarrow$ ‘carica e scarica del condensatore’)

$$V_C \equiv \Delta V \;=\; \frac{Q}{C} \qquad \left[\iff\; \Delta T = \frac{Q}{C}\ \text{(calorimetria)}\right]$$

Energia del condensatore: $\frac{Q\cdot V_C}{2} = \ldots = \ldots$
Condensatore piano: $C = \epsilon_0 A/d$.
– Campo elettrico: $E = V_C/d$.
– Densità di energia elettrostatica: $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$.
(vale in generale $\forall\ E$ nel vuoto!)
Cond. sferico: $C = 4\pi\epsilon_0\cdot\frac{r1\cdot r_2}{r_2 - r_1}$ (anche per $r_2\to\infty$).
Cond. cilindrico: $C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\log(r_2/r_1)}$.
Parallelo e serie: $C_p = \sum_i C_i$; $C_s^{-1} = \sum_i C_i^{-1}$.
Semplici circuiti con f, R e C:
$\rightarrow$ stesse regole (“Ohm e Kirchhoff”) dei circuiti in c.c., con $I(t)$, $Q(t)$ e $V_C(t)$ [e $V_R(t)$] dipendenti dal tempo, con $I = dQ/dt = C dV_C/dt$;
$\rightarrow$ danno luogo a equazione differenziale riscrivibile nella forma *canonica* che dà luogo ad andamenti esponenziali.
Analogie notevoli:
$\rightarrow$ andamento nel tempo della termalizzazione;
$\rightarrow$ velocità limite nel caso di forze del tipo $-\beta\vec{v}$.

- **Dipolo elettrico**
$\vec{p} = q\cdot\vec{a}$ (con $\vec{a}$ orientato da $-q$ a q, con $q>0$)
Potenziale in $\vec{r}$ dal centro del dipolo:

$$V(\vec{r}) \;=\; k_0\,\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}$$

Campo prodotto da un dipolo (e in coord. polari):

$$\begin{aligned}
\vec{E} &= -\vec{\nabla} V \\
E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} &= \frac{2\,k_0\,p\cos\theta}{r^3} \\
E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta} &= \frac{2\,k_0\,p\sin\theta}{r^3}\,.
\end{aligned}$$

In particolare, lungo l’asse e sul piano mediano

$$\begin{aligned}
\vec{E}_z(z) &= \frac{2\,k_0\,\vec{p}}{|z|^3} \qquad \text{(lungo l’asse)} \\
\vec{E}_z(y) &= -\frac{k_0\,\vec{p}}{|y|^3} \qquad \text{(sul piano mediano)}
\end{aligned}$$

Momento di una forza su $\vec{p}$ posto in campo elettrico:

$$\vec{M} \;=\; \vec{p}\wedge\vec{E}\,,$$

da cui energia potenziale $E_p = -\vec{E}\cdot\vec{p} = -E\cdot p\cdot\cos\theta$.
Dipolo in campo elettrico non uniforme (caso 1D):

$$F_x \;=\; p\cdot\frac{dE_x}{dx}\,.$$

Due dipoli allineati lungo lo stesso asse (x)
$\rightarrow$ dipolo 1 (in x_1) produce E_x in x_2 con $dE_x/dx \neq 0$;
$\rightarrow$ dipolo 2 (in x_2) subisce $F_x = p\cdot dE_x/dx$.

- **Approssimazione di dipolo di N cariche**

$$\begin{aligned}
Q_{tot} &= \sum_{i=1}^{N} q_i \\
\vec{p}_{tot} &= \sum_{i=1}^{N} q_i\cdot\vec{a}_i \\
V &= k_0\cdot\frac{Q_{tot}}{r} + k_0\cdot\frac{\vec{p}_{tot}\cdot\hat{r}}{r^2}
\end{aligned}$$

Es: H_2O $\rightarrow$ $Q_{tot}=0$; $p_{tot}=6.2\times10^{-30}\,\mathrm{C\cdot m}=1.86\,\mathrm{D}$

- **Energia potenziale elettrostatica di N cariche**

$$\begin{aligned}
E_p^e &= \sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=i+1}^{N} k_0\,\frac{q_i\cdot q_j}{r_{ij}}\right) \\
&= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} k_0\,\frac{q_i\cdot q_j}{r_{ij}}\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i\cdot V_i
\end{aligned}$$

- **Dielettrici**

Effetto su forza di Coulomb e condensatori:

$$\epsilon_0 \quad \rightarrow \quad \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \qquad (\epsilon_r > 1).$$

Suscettività elettrica $\leftrightarrow$ costante dielettrica:

$$\chi \;\; = \;\; \epsilon_r - 1\,.$$

Campo in un condensatore piano (indicando con σ_0, Q_0 e E_0 densità di carica, carica e campo <u>in assenza</u> di dielettrico – E_r con dielettrico; $Q_p \leftrightarrow \sigma_p$):

$$\begin{aligned}
E_r &= E_0 - \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}\cdot\left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}\right) \\
&= \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}\cdot\left(\frac{\chi}{\chi+1}\right) \\
&= \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \\
Q_p &= \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}\cdot Q_0 = \frac{\chi}{\chi+1}\cdot Q_0\,.
\end{aligned}$$

- **Polarizzazione dei dielettrici**

Momento di dipolo elettrico medio: $<\vec{p}>\,||\,\vec{E}$.
Momento di dipolo totale (dovuto a N 'oggetti') e vettore polarizzazione (momento di dipolo su *volume* V):

$$\begin{aligned}
\vec{p}_{tot} &= N\cdot <\vec{p}> \\
\vec{P} \equiv \frac{\vec{p}_{tot}}{V} &= \frac{N\cdot <\vec{p}>}{V} = n\cdot <\vec{p}> \qquad [n = N/V] \\
\vec{P} &= \epsilon_0\cdot\chi\cdot\vec{E} \qquad \text{(se 'dielettrico lineare')} \\
\sigma_p &= P \qquad (\rightarrow \vec{P}\cdot\hat{n} \text{ nel caso generale})\,.
\end{aligned}$$

- **Corrente elettrica, velocità di deriva e densità di corrente** (dettagli irrilevanti per circuiti in c.c.)

$$\begin{aligned}
I = \frac{dQ}{dt} &= n\cdot q_{port}\cdot v_d\cdot S \longrightarrow n\cdot e\cdot v_d\cdot S \\
J = \frac{I}{S} &= n\cdot q_{port}\cdot v_d \longrightarrow n\cdot e\cdot v_d\,,
\end{aligned}$$

con n (anche ρ_q) il numero di portatori (ciascuno di carica q_{port}) per unità di volume.
Nel caso generale, con movimenti di cariche che variano da punto a punto, si definisce localmente $\vec{J}$ e I è pari al flusso di $\vec{J}$ su una superficie:

$$\begin{aligned}
\vec{J} &= n\cdot q_{port}\cdot\vec{v} = n_+ q_+ \vec{v}_+ + n_- q_- \vec{v}_- \\
I = \Phi(\vec{J})_S &= \int_S \vec{J}\cdot\hat{n}\,dS \;\rightarrow\; J\cdot S, \text{ se } \vec{J}||\hat{n} \text{ e uniforme.}
\end{aligned}$$

Relazione tra $\vec{E}$ e $\vec{J}$, tramite resistività: $\vec{E} = \rho\cdot\vec{J}$.

- **Forze magnetiche su cariche e correnti**

$$\begin{aligned}
\vec{F}_L &= q\cdot\vec{v}\wedge\vec{B} \\
\left[\vec{F}_q = \vec{F}_C + F_L\right. &= \left. q\cdot\vec{E} + q\cdot\vec{v}\wedge\vec{B}\right]\,,
\end{aligned}$$

quindi il moto segue secondo le leggi della meccanica.
Forza su conduttore percorso da corrente

$$\begin{aligned}
d\vec{F} &= S\cdot ds\cdot\vec{J}\wedge\vec{B} \\
&= I\cdot d\vec{s}\wedge\vec{B}
\end{aligned}$$

- **Dipolo magnetico e momento della forza agente su di esso**

$$\begin{aligned}
\vec{m} &= I\cdot S\cdot\hat{n} \qquad \text{(oppure 'dipolo naturale')} \\
\vec{M} &= \vec{m}\wedge\vec{B}\,.
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ analogia con dipoli elettrici in campo elettrico:

$$\begin{aligned}
\vec{p} &\Leftrightarrow \vec{m} \\
\vec{M} = \vec{p}\wedge\vec{E} &\Leftrightarrow \vec{M} = \vec{m}\wedge\vec{B} \\
E_p = -\vec{p}\cdot\vec{E} &\Leftrightarrow E_p = -\vec{m}\cdot\vec{B} \\
E_p = -p\cdot E\cdot\cos\theta &\Leftrightarrow E_p = -m\cdot M\cdot\cos\theta \\
E_p^{(*)} = p\cdot E\cdot(1-\cos\theta) &\Leftrightarrow E_p^{(*)} = m\cdot B\cdot(1-\cos\theta) \\
E_p^{(*)} \approx \frac{1}{2}\cdot p\cdot E\cdot\theta^2 &\Leftrightarrow E_p^{(*)} \approx \frac{1}{2}\cdot m\cdot B\cdot\theta^2
\end{aligned}$$

[$^{(*)}$Avendo convenientemente ridefinito $E_p = 0$ per $\theta = 0$]

- **Campi magnetici prodotti da cariche in movimento**

$$\begin{aligned}
\vec{B} &= \frac{\mu_0}{2\,\pi}\,\frac{I}{r}\cdot\hat{I}\wedge\hat{r} \qquad \text{[Biot-Savart]} \\
d\vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\,\pi}\cdot I\cdot\frac{d\vec{s}\wedge\vec{\hat{r}}}{r^2} \qquad \text{[``Laplace 1'']} \\
\vec{B}\Big|_q &= \frac{\mu_0}{4\,\pi}\cdot q\cdot\frac{\vec{v}\wedge\hat{r}}{r^2} \\
\left[\frac{\mu_0}{4\,\pi}\right. &= \left. 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}} = 10^{-7}\,\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}\right]
\end{aligned}$$

- **Dalla spira circolare al solenoide**

A) Al centro della spira di raggio R:

$$\vec{B} \;\; = \;\; \frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{I}{R}\cdot\hat{n}\,.$$

B) Lungo l'asse (z) per il centro della spira:

$$B_z \;\; = \;\; \frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{I\cdot R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,.$$

Limite per $|z| \gg R$ (e quindi $r \approx |z|$):

$$\begin{aligned}
B_z &= \frac{\mu_0\cdot I\cdot R^2}{2\cdot|z|^3} \\
\rightarrow \vec{B}(z) &= \frac{\mu_0\cdot I\cdot R^2}{2\cdot r^3}\cdot\hat{z} \\
&= \frac{\mu_0\cdot I\cdot(2\,S)\cdot\hat{z}}{4\pi\cdot r^3}\,,
\end{aligned}$$

ovvero (notare l'analogia con il dipolo elettrico!):

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\,\vec{m}}{r^3} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0} \cdot \frac{2\,\vec{p}}{r^3}\,,$$

con $\vec{m} = I \cdot S \cdot \hat{z}$ (dipolo magnetico).

C) Tante spire 'sovrapposte' di pari R e stessa I:
$\rightarrow$ si sommano i contributi.

D) Limite di solenoide 'infinito':
$\rightarrow$ B uniforme all'interno

$$B \;=\; \mu_0 \cdot n \cdot I \quad (\text{con } n = \#\text{spire}/l)$$

$\rightarrow$ B nullo all'esterno.

Densità di energia magnetica

$$u_M \;=\; \frac{B^2}{2\,\mu_0} \quad \text{(vale in generale!)}.$$

- **Forza per unità di lunghezza fra fili paralleli rettilinei percorsi da corrente**

$$\frac{F}{l} \;=\; \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d}$$

(attrattiva se $\hat{I}_1 \uparrow\uparrow \hat{I}_2$, altrimenti repulsiva).

- **Effetto permeabilità magnetica relativa**

$$\mu_0 \;\longrightarrow\; \mu_0\,\mu_r\,.$$

- **Teorema di Gauss per campo magnetico**

$\Phi(\vec{B}) = 0$ (linee di forza chiuse $\leftrightarrow$ no monopoli)

- **Teorema di Ampère**

$$\Gamma(\vec{B}) = \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{s} \;=\; \mu_0 \cdot \sum_i I_i^{(conc.)}$$

$\rightarrow$ si recupera facilmente Biot-Savart;
$\rightarrow$ all'interno di un conduttore cilindrico:

$$B(r) \;=\; \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r}{2\pi\,R^2} \quad (r \le R)\,;$$

$\rightarrow$ si recupera facilmente solenoide infinito.

- **Legge di Faraday-Neumann** (o Faraday-Henry, o Faraday-Neuman-Lenz)

$$f = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \;\Rightarrow\; \begin{cases} I = \frac{f}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} & \text{(chiuso)} \\ \Delta V = f = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} & \text{(aperto)} \end{cases}$$

- **Autoinduzione e induttanza**

$$f(=V_L) \;=\; -L\,\frac{dI}{dt} \qquad (L \text{ in H})$$

- **Effetto di induttori nei circuiti**
  – V_L 'come un generatore' la cui tensione dipende da dI/dt [analogo a quanto avveniva per il condensatore, in cui V_C dipendeva da $Q(t)$];
  – solite regole dei circuiti ("Ohm e Kirchhoff");
  – caso con **generatore in c.c.**, R, C e L:
  $\rightarrow$ equazione differenziale $\Rightarrow$ $I(t)$, $V_L(t)$ e $V_C(t)$;
  [se $f=0$ e $V_C(t=0) \neq 0$ $\rightarrow$ oscillazioni smorzate] (dettagli fuori programma!)
  – sottocaso con **generatore in c.c.**, R, e L:
  $\rightarrow$ eq. differenziale riscrivibile nella forma *canonica* che dà luogo ad andamenti esponenziali;
  – sottocaso con soli L e C (inizialmente carico):
  $\rightarrow$ eq. differenziale riscrivibile nella forma *canonica* che dà luogo a oscillazioni armoniche;
  – caso con **generatore in corrente alternata**:
  $\longrightarrow$ vedi nel seguito.

Energia associata all'elemento circuitale L:

$$E_L \;=\; \frac{1}{2}\,L\,I^2\,,$$

la quale può essere associata al campo magnetico generato da I: $\rightarrow$ densità di energia u_M (vedi sopra).

- **Induzione mutua** (e trasformatore ideale)

$$\begin{aligned} \Phi_2^{(1)}(\vec{B}) &= M \cdot I_1 \\ \Phi_1^{(2)}(\vec{B}) &= M \cdot I_2 \\ E_M &= \frac{1}{2}\,L_1\,I_1^2 + \frac{1}{2}\,L_2\,I_2^2 + M\,I_1 \cdot I_2 \\ \frac{V_s}{V_p} &= \frac{N_s}{N_p} \\ \frac{I_s}{I_p} &= \frac{N_p}{N_s} \end{aligned}$$

- **Legge di Ampère-Maxwell**

$$\begin{aligned} \Gamma(\vec{B}) = \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{s} &= \mu_0 \cdot I_c + \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \\ &= \mu_0 \cdot I_c + \mu_0 \cdot I_S \end{aligned}$$

- **Riepilogo 4 equazioni basilari ('di Maxwell')**

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{E}) &= \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \\ \Phi(\vec{B}) &= 0 \\ \Gamma(\vec{E}) = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{s} &= -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \\ \Gamma(\vec{B}) = \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{s} &= \mu_0 \cdot I_c + \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \end{aligned}$$

- **Onde progressive** (regressive: '$-\beta\,x$' $\rightarrow$ '$+\beta\,x$'):

- equazione: $f(x,t) = A\,\cos(\omega\,t - \beta\,x)$;
- periodicità: $T = 2\pi/\omega$; $\lambda = 2\pi/\beta$.
- velocità: $v = \omega/\beta = \lambda/T \quad \rightarrow \quad \lambda \cdot \nu = v$.

Note: spesso al posto di β si usa k.

- **Equazione di d'Alambert**:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

valida per generica $f(x,t) = g_1(x - v\,t) + g_2(x + v\,t)$.

- **Onde stazionarie**

$$\begin{aligned} f(x,t) &= A \cdot \sin(\beta\,x + \omega\,t) + A \cdot \sin(\beta\,x - \omega\,t) \\ &= 2\,A \cdot \cos(\omega\,t) \cdot \sin(\beta\,x). \end{aligned}$$

- **Somma di onde sfasate** (stessa A per semplicità)

$$\begin{aligned} f(x,t) &= A \cdot \cos(\omega\,t - \beta\,x) + A \cdot \cos(\omega\,t - \beta\,x + \Delta\varphi) \\ &= 2\,A \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega\,t - \beta\,x + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \end{aligned}$$

- **Battimenti** (stessa A per semplicità, per x fissato)

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A\sin(\omega_1\,t) \\ s_2(t) &= A\sin(\omega_2\,t) \\ s(t) = s_1(t) + s_2(t) &= 2\,A \cdot \cos(\Omega\,t) \cdot \sin(\omega\,t) \\ &= A_b(t) \cdot \sin(\omega\,t)\,, \end{aligned}$$

con $\Omega = (\omega_1 - \omega_2)/2$, $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$ e 'ampiezza variabile' (modulazione di amp.) $A_b(t) = 2\,A \cdot \cos(\Omega\,t)$.

- **Onde sferiche** (in genere e sinusoidale con $\vec{v} \uparrow\uparrow \hat{r}$)

$$\begin{aligned} f(r,t) &= \frac{1}{r} f_1(r - v\,t) + \frac{1}{r} f_2(r + v\,t) \\ f(r,t) &= \frac{A}{r} \cdot \cos(\omega t - \beta r) \end{aligned}$$

- **Onde elettromagnetiche** (da Eq. di Maxwell)

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \mu_0\,\epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad \text{(idem per B)}$$

da cui (usiamo qui k per β)

$$E(x,t) = E_0 \cdot \cos(\omega\,t - k\,x) \quad \text{(idem per B)}$$

- si propagano nel vuoto con velocità $|\vec{v}| = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\epsilon_0}}$;
- E e B oscillano in fase, con $E/B = c$
- $\vec{E}$ e $\vec{B}$ ortogonali e ortogonali a $\vec{v}$;
  $\Rightarrow$ $\vec{E} \wedge \vec{B}$ lungo $\vec{v}$;
- **Densità di energia** [J/m^3] (nota: $u_E = u_B\ \forall t$):

$$\begin{aligned} u = u_E + u_B &= \frac{1}{2}\,\epsilon_0\,E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} \\ &= \epsilon_0\,E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} \end{aligned}$$

- **Densità media** di energia [J/m^3]:

$$\overline{u} = \frac{1}{2}\,\epsilon_0\,E_0^2 = \epsilon_0\,E_{eff}^2 \quad \text{(riscrivibile in altri modi)}$$

- **Potenza istantanea e media** su A [W]

$$\begin{aligned} P &= u \cdot A \cdot c \\ \overline{P} &= \overline{u} \cdot A \cdot c \end{aligned}$$

- 'Intensità istantanea' e **intensità** [W/m^2]

$$\begin{aligned} I_{ist} = \frac{P}{A} &= u \cdot c = \epsilon_0 \cdot E^2 \cdot c = \frac{1}{\mu_0}\,E \cdot B \\ I = \frac{\overline{P}}{A} &= \overline{u} \cdot c = \frac{\epsilon_0}{2} \cdot c \cdot E_0^2 = \epsilon_0 \cdot c \cdot E_{eff}^2 \end{aligned}$$

- **Vettore di Poynting**

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0}\,\vec{E} \wedge \vec{B} \qquad [\vec{S} \uparrow\uparrow \vec{v}] \\ S = |\vec{S}| &= \frac{1}{\mu_0}\,E \cdot B \longrightarrow I_{ist} \\ \overline{S} &= I\,. \end{aligned}$$

- **Quantità di moto e pressione di radiazione** ($\mathcal{P}$)

$$\begin{aligned} p &= \frac{U}{c} \qquad \text{[Energia su } c\text{]} \\ \mathcal{P} = \frac{\Delta p/\Delta t}{A} &= \overline{u} = \frac{I}{c} = \frac{\overline{S}}{c} \qquad \text{[se assorbita]} \\ &= 2\,\overline{u} = \ldots \qquad \text{[se riflessa].} \end{aligned}$$

- **Onde elettromagnetiche sferiche nel vuoto**

$$\begin{aligned} E(r,t) &= \frac{E_0}{r} \cdot \cos(\omega t - kr) \quad \text{(idem per B)} \\ I(r) &= \frac{1}{2}\,c \cdot \epsilon_0\,\frac{E_o^2}{r^2} \\ \overline{P} &= I(r) \cdot 4\pi\,r^2 = \text{costante} \end{aligned}$$

- **Interferenza da due fenditure (di Young)**
[$r_1, r_2 \gg d$; $r = (r_1 + r_2)/2$; $E_0(r_1) \approx E_0(r_2) \rightarrow E_0(r)$; $d \ll \lambda$; $\Delta r = d\,\sin\theta$; y punto su schermo a distanza D.]

$$\begin{aligned} E &= E_0(r) \cdot [\cos(\omega t - kr_1) + \cos(\omega t - kr_2)] \\ &= 2E_0(r) \cdot \cos\left(k \cdot \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \cos(\omega t - kr) \\ &= 2E_0(r) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\,d \cdot \sin\theta\right) \cdot \cos(\omega t - kr) \\ I \propto E^2 &\propto \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\,d \cdot \sin\theta\right) \approx \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\,d \cdot \frac{y}{D}\right) \\ &\Rightarrow \cos^2() = 1 \ \rightarrow \text{Max;} \quad \cos^2() = 0 \ \rightarrow \text{zero.} \\ &\Rightarrow \text{massimi per } d\sin\theta = n\lambda \\ &\qquad \rightarrow \sin\theta = \frac{n\,\lambda}{d}, \ \text{con } n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \end{aligned}$$

- Diffrazione (fenditura di larghezza $a \approx \lambda$)

$$I \propto \left(\frac{\sin\,\alpha}{\alpha}\right)^2$$
$$\alpha = \frac{\pi\, a}{\lambda}\,\sin\theta$$

Massimo: $\theta = 0 \implies \alpha = 0 \implies \sin(\alpha)/\alpha \to 1$.
Zeri: $\sin^2() = 0 \implies \sin\theta = n\,\lambda/a$, con $n = \pm 1, \pm 2, \ldots$.

	n	$\sin\theta_{max}$	I/I_0
	0	0	1
Altri massimi locali:	± 1	$\pm 1.43\,\lambda/a$	0.047
	± 2	$\pm 2.46\,\lambda/a$	0.016
	...	...	...

- Diffrazione da due fenditure distanti d e di larghezza a non trascurabile

$$I \propto \left(\frac{\sin\,\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \cos^2\beta \qquad [= \text{`}f_1 \cdot f_2\text{'}]$$
$$\alpha = \frac{\pi\, a}{\lambda}\,\sin\theta$$
$$\beta = \frac{\pi\, d}{\lambda}\cdot\sin\theta$$

'f_1' dipende dalla diffrazione da ciascuna fenditura;
'f_2' dipende dalla interferenza fra le due fenditure.

- Reticolo di diffrazione di passo d
- Massimi: stessa condizione di 'interferenza di Young';
- più luminosi perché ci sono più contributi.

- Polarizzazione
(Onde e.m. che si propagano lungo $+\hat{x}$, con $\vec{E}$ e $\vec{B}$ oscillanti nel piano $\{y, z\}$. Ci concentriamo solo su $\vec{E}$, essendo $\vec{B}$ univocamente determinato da $\vec{E}$ e $\hat{v}$)

$$\begin{cases} E_y(x,t) = E_{y_0}\cdot\cos(k\,x - \omega\,t + \varphi_y) \\ E_z(x,t) = E_{z_0}\cdot\cos(k\,x - \omega\,t + \varphi_z) \end{cases} \Rightarrow \vec{E}(x,t)$$

a) $\varphi_y - \varphi_z = 0 + n\,\pi$: polarizzazione longitudinale, con inclinazione determinata da E_{z_0}/E_{y_0}.
b) $\varphi_y - \varphi_z = \pm\pi/2 + 2\,n\,\pi$ e $E_{y_0} = E_{z_0}$: pol. circ.;
c) altrimenti: polarizzazione ellittica.

- Potenza irraggiata da cariche accelerate
Formula di Larmor (con a accelerazione):

$$P = \frac{q^2\,a^2}{6\pi\,\epsilon_0\,c^3} \propto q^2 a^2.$$

Dipolo oscillante $[\,p = p_0\cos(\omega t)\,]$:

$$P = \frac{p_0^2\,\omega^4}{12\pi\,\epsilon_0\,c^3} \propto p_0^2\,\omega^4.$$

- Fotometria (con Φ_v flusso luminoso):

$$\eta = \frac{\Phi_v}{P}\ \text{[lm/W]}\ \text{(eff. luminosa)}$$
$$1\,\text{lx} = 1\,\text{lm}\,/\,1\,\text{m}^2\ \text{(illuminamento)}$$
$$1\,\text{cd} = 1\,\text{lm}\,/\,1\,\text{sr}\ \text{(intensità luminosa)}$$
$$Q_v\,\text{(quant. di luce)} : \text{lm}\cdot\text{s}\ \text{(`talbot')}$$

- Corpo nero
Leggi di Stefan-Boltzmann e di Wien

$$\frac{P}{A} = \sigma\,T^4$$
$$\lambda_{max}\cdot T = 2.90\times 10^{-3}\,\text{K}\cdot\text{m}$$

ove $\sigma \approx 5.7\times 10^{-8}\,\text{W/m}^2\text{K}^4$

- Quantizzazione delle onde elettromagnetiche:
Energia: $E = h\,\nu$; quantità di moto: $p = h\,\nu/c$.

- Ottica geometrica:
Riflessione: $\theta_i = \theta_r$;
Legge di Snell: $n_1\cdot\sin\theta_1 = n_2\cdot\theta_2$ ($\to v_2\cdot\sin\theta_1 = v_1\cdot\theta_2$)
(In entrambi i casi: $\vec{i}$, $\vec{n}$, $\vec{r}$ coplanari.)
Punti coniugati specchi sferici e lenti ($f > 0$ per lenti convergenti e specchi concavi, $f < 0$ altrimenti):

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}\,.$$

Distanze focali di specchi sferici e lenti:

$$f = \pm\frac{R}{2} \qquad \text{(concavo/convesso)}\,;$$
$$\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\,.$$

(Si presti attenzione alle *convenzioni dei segni.*)
Ingrandimento lineare: $M = -q/p$.

- Circuiti in corrente alternata (sinusoidale)
– Generatore: $V(t) = V_0\cos(\omega\,t)$
– Correnti e tensioni ai capi di R, C e L:
  – oscillano con la stessa ω del generatore;
  – caratterizzate da ampiezza e fase proprie, ad es. $V_R = V_{R_0}\cos(\omega t + \varphi_R)$, etc.;
  – ampiezza e fase sono contenute in grandezze complesse nominati *fasori* e indicati con $\vec{V}_R$, $\vec{I}$, etc. (da non confondere con vettori);
  – i rapporti 'tensione/corrente' sono anch'essi grandezze complessi, chiamate *impedenze* ('$\vec{Z}$'),

le quali si combinano come le resistenze:

$$
\begin{aligned}
\vec{Z}_R &= R \\
\vec{Z}_L &= j\omega L \\
\vec{Z}_C &= \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} \\
\vec{Z}_s &= \sum_i \vec{Z}_i \\
\vec{Z}_p^{-1} &= \sum_i \vec{Z}_i^{-1}
\end{aligned}
$$

– solite regole dei circuiti ("Ohm e Kirchhoff").

- Potenza media

$$
\begin{aligned}
\overline{P} &= \frac{V_0 I_0}{2}\cos(\varphi_V - \varphi_I) \\
&= \frac{V_0}{\sqrt{2}}\frac{I_0}{\sqrt{2}}\cos(\varphi_V - \varphi_I) \\
&= V_{eff} I_{eff} \cos(\varphi_V - \varphi_I)
\end{aligned}
$$

- Numeri complessi (richiamo per circuiti in c.a.)
Dato $\vec{A}$, di ampiezza a e fase α:

$$
\begin{aligned}
\vec{A} = ae^{j\alpha} &= \mathrm{Re}[\vec{A}] + j\mathrm{Im}[\vec{A}] = a\cos\alpha + ja\sin\alpha \\
|\vec{A}| &= \sqrt{\mathrm{Re}^2[\vec{A}] + \mathrm{Im}^2[\vec{A}]} = a \\
\alpha &= \arctan\frac{\mathrm{Im}[\vec{A}]}{\mathrm{Re}[\vec{A}]} = \arccos\frac{\mathrm{Re}[\vec{A}]}{|\vec{A}|} = \arcsin\frac{\mathrm{Im}[\vec{A}]}{|\vec{A}|}
\end{aligned}
$$

– Somma e differenza: si opera separatamente su parte reale e parte immaginaria;
– prodotto e rapporto: prodotto o rapporto dei moduli; somma o differenza delle fasi.

- Costanti varie

$$
\begin{aligned}
G &= 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot kg^{-2}\cdot m^2} \\
k_0 &= 8.99 \times 10^{9}\,\mathrm{N\cdot C^{-2}\cdot m^2} \approx 9\times 10^9\,\mathrm{N\cdot C^{-2}\cdot m^2} \\
\epsilon_0 &= 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{N^{-1}\cdot C^2\cdot m^{-2}} \\
q_e &= -1\,e = -1.602\times 10^{-19}\mathrm{C} \\
\mu_0 &= 4\pi\times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A} \quad [\text{o H/m}] \\
m_e &= 9.11\times 10^{-31}\,\mathrm{kg} \\
m_p &= 1.673\times 10^{-27}\,\mathrm{kg} \approx 1836\times m_e \\
c &= 3.00\times 10^{8}\,\mathrm{m/s} \\
h &= 6.63\times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s} \\
1\,\mathrm{D} &= 3.336\times 10^{-30}\,\mathrm{C\cdot m} \quad \text{(debye)}
\end{aligned}
$$

- Unità di misura dell'elettromagnetismo

$$
\begin{aligned}
V &: \ \mathrm{V = J/C = W/A = Wb/s} = \frac{\mathrm{kg\cdot m^2}}{\mathrm{s^2\cdot A}} = \ldots \\
E &: \ \mathrm{N/C = V/m} = \ldots \\
I &: \ \mathrm{A = C/s = V/\Omega = W/V} = \ldots \\
R &: \ \mathrm{\Omega = V/A = s/F = H/s} = \ldots \\
C &: \ \mathrm{F = C/V} = \frac{\mathrm{s^2}}{\mathrm{H}} = \frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{J}} = \mathrm{s/\Omega}\ldots \\
B &: \ \mathrm{T} = \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A\cdot m}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m^2}} = \frac{\mathrm{H\cdot A}}{\mathrm{m^2}}\ldots \\
L &: \ \mathrm{H = \Omega\cdot s} = \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A}} = \mathrm{Wb/A} = \ldots \\
\Phi_B &: \ \mathrm{Wb = T\cdot m^2 = H\cdot A} = \ldots
\end{aligned}
$$

(Si noti il diverso significato di 'C' vs 'C', e di 'V' vs 'V'!)

- Note sui simboli
Inevitabilmente alcuni simboli possono avere significati diversi in contesti diversi. Ad esempio S può indicare una superficie, ma anche il vettore di Poynting, e in tal caso la superficie verrà indicata con A.
Per l'energia il simbolo preferito è E, specificando eventualmente E_p, E_c, E_E, E_M, etc., ma quando compare anche il campo elettrico si è fatto uso di U, ma solo se ci potevano essere fraintendimenti.
Similmente I, usato normalmente per la corrente elettrica, viene anche usato per l'intensità media di un'onda elettromagnetica (mentre l'intensità istantanea, che non si incontra nei manuali ma ha ugualmente un significato fisico, è stata indicata con I_{ist}).