

Test di autovalutazione

Eeguire le seguenti operazioni e semplificazioni (quando è possibile).

1. Dare il valore numerico approssimato di:

(a) π :

(b) e :

2. Sapendo che $a = 0.2$, calcolare a^4 .

3. Ordinare in ordine crescente i seguenti valori: $\pi/2$; -0.33 ; 2^2 ; 2^{-4} ; 0.41 ; 2^{-2} ; e^{-34} .

4. Calcolare esattamente: $\log_2 32$; $\log_2 1024$.

5. Calcolare esattamente: $\log_{23} 23$; $\log_{23} 1$

6. Calcolare esattamente $\ln(e^{-5})$.

7. Semplificare, se possibile, $\log(a/b) + \log b$.

8. Quali delle seguenti operazioni sono impossibili nel dominio dei numeri reali?

(a) $(e^{\sqrt{\pi}})^{e^{\sqrt{\pi}}}$;

(b) $\ln(-2)$;

(c) $\sqrt{-4}$;

(d) $\ln(\sqrt{\pi})$;

(e) $e^{-\pi^8}$.

9. Dati $a = \frac{2}{3} e^{5x}$ e $b = \frac{3}{5} e^{-3x}$, ricavare l'espressione di $c = ab$ raccogliendo e semplificando.

10. Dati $a = \frac{1}{4} e^{2x^2}$, $b = e^{-3x}$ e $c = e^3$, ricavare l'espressione di $d = \sqrt{a} b^2 c^3$, cercando di arrivare possibilmente ad una espressione compatta.

11. Quanto vale $\frac{10^{-10}}{10^{-5}}$?

12. Calcolare (in modo approssimativo)

$$\frac{2 \cdot 10^{-5} \times 0.5 \cdot 10^3 \times 100}{0.67 \cdot 10^{-4} \times 1.5}.$$

13. Le variabili x e y sono soggette alle seguenti condizioni

$$\begin{cases} -x > -1 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} y < 2 \\ -y < -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Quale delle due ha il valore massimo?

14. Semplificare, se possibile,

$$\frac{\sqrt[3]{a^2 b^6}}{a b^3}.$$

15. Semplificare, se possibile, $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

16. Semplificare, se possibile,

$$\left(\frac{a^2 b}{c}\right)^{-1} \left(\frac{a \sqrt{b}}{c}\right)^2$$

17. Espandere $(x - 3y)^2$.

18. Un mattone pesa un chilo più un terzo di mattone. Quanto pesa un mattone?

19. Se $x = 1 + x/3$, quanto vale x ?

20. La grandezza y è inversamente proporzionale a x . Cosa succede a y se il valore di x raddoppia?

21. Una fotocopiatrice riproduce un'immagine con un rapporto di ingrandimento di 1.41 (ovvero +41%). Sapendo che originale e copia sono stampate sullo stesso tipo di carta, calcolare il peso della copia sapendo che il peso dell'originale vale 0.25 g. (Per i pignoli: ovviamente si considerano copia e originale dell'immagine ritagliate dal contorno).

22. Si considerino dei recipienti cilindrici dei quali il recipiente A contiene 20 litri di acqua. Il recipiente B ha un diametro doppio di quello di A . Il recipiente C ha l'area di base metà di quella di A . Il recipiente D ha un'altezza doppia di quella di A . Il recipiente E ha tutte le dimensioni raddoppiate rispetto ad A . Trovare il volume dei vari recipienti.

23. Un pacco, di forma cubica, ha il lato di 30 cm. Un altro pacco, della stessa forma e con un contenuto avente la stessa densità, pesa 8 volte più del primo. Quanto vale la lunghezza del suo lato?

24. Un pallone, approssimabile a una sfera, ha inizialmente un volume di 1 m^3 . Successivamente il pallone viene gonfiato finché la superficie del pallone arriva a 4 volte quella iniziale. Quanto vale il nuovo volume?

25. Data la relazione che lega (in valore assoluto) la forza di gravità alle masse m_1 e m_2 poste alla distanza R

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

(a) ricavarsi l'espressione di G , date F , m_1 , m_2 e R ;

(b) ricavarsi l'espressione di R , date F , G , m_1 e m_2 .

26. Sapendo che $a_c = \frac{v^2}{R}$, $v = \frac{2\pi R}{T}$ e $f = \frac{1}{T}$, ricavare a_c in funzione di f e di R .

27. Dalla relazione $V = V_0 e^{-t/\tau}$, con $\tau = RC$, trovare C dai valori di V , V_0 , t e R .

28. Trovare i valori di x e y che soddisfano le seguenti equazioni: $y = 2x + 1$ e $y = -3x + 2$. Dire anche qual'è il significato geometrico della coppia $\{x_s, y_s\}$ soluzione delle equazioni.

29. Trovare l'equazione della retta che passa per i punti $P_1 = \{1, 2\}$ e $P_2 = \{3, 4\}$.

30. Trovare l'equazione della retta che passa nel punto $P = \{2, -4\}$ e ha coefficiente angolare $m = 1/2$.

31. Per quali valori di b l'equazione $4x^2 + bx + 9 = 0$ ammette soluzioni reali?
32. Se $\sin \theta = 0.4$, quanto vale (approssimativamente) $\cos \theta$?
33. Dati i seguenti angoli, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_3 = 60^\circ$, dire per quale angolo la funzione seno è maggiore o minore della funzione coseno.
34. Esprimere in radianti i valori dei seguenti angoli: $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_3 = 60^\circ$, $\theta_4 = 90^\circ$, $\theta_5 = 180^\circ$ e $\theta_5 = 360^\circ$.
35. Semplificare $\frac{(1+\cos \theta)(1-\cos \theta)}{\tan^2 \theta}$.
36. I vettori \vec{a} e \vec{b} hanno moduli rispettivamente pari a $|\vec{a}| = 10$ e $|\vec{b}| = 8$ e formano fra di loro un angolo di 60° . Calcolare la lunghezza della proiezione di \vec{b} su \vec{a} .
37. I vettori \vec{a} e \vec{b} hanno moduli rispettivamente pari a $|\vec{a}| = 10$ e $|\vec{b}| = 8$ e formano fra di loro un angolo di 60° . Calcolare il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
38. Dati i vettori $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$ e $\vec{b} = \{0, 4, 3\}$ e gli scalari $\alpha = 2$ e $\beta = -3$ calcolare: $v_1 = \vec{a} + \vec{b}$, $v_2 = \vec{a} - \vec{b}$, $v_3 = \alpha \vec{a} - \beta \vec{b}$.
39. Dati i vettori $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$ e $\vec{b} = \{0, 4, 3\}$, calcolare: modulo dei vettori, prodotto scalare e coseno dell'angolo compreso fra di essi.
40. Dati i vettori $\vec{a} = \{1, -1, 0\}$ e $\vec{b} = \{-2, 0, 3\}$, valutare le componenti del prodotto vettoriale $\vec{a} \times \vec{b}$.
41. Dati due vettori \vec{a} e \vec{b} , è noto che $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 2$ e $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{20}$. Calcolare, quando hanno senso, le seguenti espressioni
- $|\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a}|$;
 - $|\vec{a} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a}|$;
 - $|\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a}|$;
 - $|\vec{a} \times \vec{b} - (\vec{a} + \vec{b})|$.

42. Data $s(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0$, valutare le funzioni $v(t) = \frac{d}{dt}s(t)$ e $a(t) = \frac{d}{dt}v(t)$.

43. Data $f(t) = A \cos(\omega t + \phi) + B \sin(2\omega t + \psi)$, valutare $g(t) = \frac{d}{dt}f(t)$.

44. Valutare

$$\frac{d}{d\alpha} \frac{1}{2} e^{-\alpha^2 x^2}.$$

45. Valutare

a) $\int_1^2 (2 + x^2) dx$;

b) $\int_a^b \frac{1}{x} dx$.