Fisica – Formulario

-Derivate e integrali. In genere, date le generiche $y(t)$ e $x(t)$,

$$y = \frac{dx}{dt} \quad \longleftrightarrow \quad dx = ydt \to \Delta x|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} y(t)\, dt\,.$$

- Basi di cinematica:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{s}}{dt} \ \text{(anche } \frac{d\vec{r}}{dt}) \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt}\,, \end{aligned}$$

con $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, etc.

$$\begin{aligned} \Delta\vec{s}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)\, dt \\ \Delta\vec{v}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t)\, dt \end{aligned}$$

Inoltre :

$$\Delta\left(\frac{1}{2}v_x^2\right)\Bigg|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{a}_x(x)\, dx$$

etc.

- Equazione parametrica cerchio; **moto circolare**: velocità e accelerazione (anche delle componenti).

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \begin{cases} x(t) = R\cos[\theta(t)] \\ y(t) = R\sin[\theta(t)] \end{cases} \\ v(t) &= \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|; \quad a(t) = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| \end{aligned}$$

Moto circolare uniforme: $\theta(t) = \omega t$
Periodo: $t = T \implies \theta(t) = 2\pi$.
Frequenza (ν): giri/s. Vel. ang (ω): rad/s.
$v(t)$ a $a(t)$ costanti in moto circ. uniforme.

- Leggi della meccanica

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{\vec{F}}{m} \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F} \qquad [\vec{p} = m\vec{v}] \\ \Delta\vec{p}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\, dt \\ \vec{F}_A^{(B)} &= -\vec{F}_B^{(A)} \\ \vec{F}_{tot} &= \sum_i \vec{F}_i\,. \end{aligned}$$

Sistema isolato $\to \sum_i \vec{p}_i =$ costante.

- Forze (un inventario):

$$\begin{aligned} F_G &= -G\,\frac{m_1 m_2}{d^2} && \left[G = 6.67\times 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kgs}^2}\right] \\ &= -m_2\, g && [\text{se } m_1 = M_T \text{ e } d = R_T] \\ & && [\Rightarrow g \approx 9.8\,\mathrm{N/kg}\,] \\ F_C &= k_0\,\frac{q_1 q_2}{d^2} && \left[k_0 = 9\times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}\right] \\ \vec{F}_E &= q\cdot\vec{E} \\ \vec{F}_L &= q\cdot\vec{v}\wedge\vec{B} \\ F_{el} &= -k\,x \\ \vec{F}_{A_d} &= -\mu_d\, F_N\,\hat{v} \\ \vec{F}_{A_v} &= -\beta\vec{v} \\ F_{A_s} &\leq \mu_s\, F_N \\ \vec{T}?\ \vec{F}_{A_s}? &\Rightarrow \text{‘vincoli’}. \end{aligned}$$

- Oscillatore armonico:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}\,z(t) &= -\omega^2\, z(t) \iff z(t) = A\,\cos(\omega t + \phi)\,. \\ \frac{d^2x}{d\,t^2} &= -\frac{k}{m}\,x\,; \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &\approx -\frac{g}{l}\,\theta\,. \end{aligned}$$

- Trasformazioni di velocità:

$$\vec{r}_{O'}(P) = \vec{r}_{O'}(O) + \vec{r}_O(P)\,.$$

- Lavoro, energia cinetica e potenziale. **Potenza**.

$$\begin{aligned} dL &= \vec{F}\cdot d\vec{s} \\ L|_A^B = \int_A^B dL &= \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\Bigg|_A^B \\ [&= -\Delta E_p|_A^B \quad \text{solo } \vec{F} \text{ cons.}] \\ F_x &= -\frac{dE_p(x)}{dx}\,, \text{ etc.} \\ P &= \frac{dL}{dt}. \end{aligned}$$

- Centro di massa (‘baricentro’):

$$\begin{aligned} \vec{r}_{CM} &= \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i} \\ \vec{F}_{tot}^{ext} &= \frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_i \vec{p}_i. \end{aligned}$$

- Urti: $\to$ conservano quantità di moto.
a) elastici: $\to$ conservano energia meccanica.
b) completamente anelastici: $\to$ si annulla E_c nel C.M.

- **Termometria** (qui Q indica quantità di calore):

$$\begin{aligned} Q &= C\,\Delta T \\ \sum_i Q_i &= 0 \qquad \text{(sistema isolato)} \\ 1\,\mathrm{cal} &= 4.184\,\mathrm{J} \\ 1\,\mathrm{Btu} &\approx 1055\,\mathrm{J} \\ \lambda_{H_2O} &= 80\,\mathrm{cal/g}\ \text{(fusione)} \\ &= 540\,\mathrm{cal/g}\ \text{(ebollizione)} \end{aligned}$$

- **Andamenti esponenziali** (Nota: $\alpha > 0$)
con z generica variabile (temperatura, velocità, nr. di nuclei o di batteri, etc.)

a)
$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \alpha\, z \\ \Rightarrow\quad z(t) &= z_0\, e^{\alpha\, t} = z_0\, e^{(\alpha/|\alpha|)\, t/\tau} \\ & [\,\tau = 1/|\alpha|\,]\,. \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= -\alpha\,(z - z_F) \quad [\text{con } \alpha > 0\,] \\ \Rightarrow\quad z(t) &= z_F + (z_0 - z_F)\, e^{-t/\tau} \\ & [\tau = 1/\alpha]\,. \end{aligned}$$

Termalizzazione: $\alpha = \eta/(cM)$.
Vel. limite (attrito tipo $-\beta v$): $\alpha = \beta/m$.

- **Fluidi** (idrostatica):

$$\begin{aligned} \vec F &= (P\cdot A)\,\hat n \\ \frac{dP}{dz} &= \rho\, g \qquad (z > 0 \text{ verso il basso}) \\ \Delta P &\rightarrow \text{si trasmette a tutto il fluido} \\ F^{\uparrow}_{Arch.} &= \rho_f\, V_{f.s.}\, g \qquad . \end{aligned}$$

- **Gas perfetti**:

$$\begin{aligned} PV &= n\,R\,T \\ R &= 8.31\,\mathrm{m^2\,kg\,s^{-2}K^{-1}\,mol^{-1}} \\ &= 83.14\,\mathrm{L\,mbar\,K^{-1}\,mol^{-1}} \\ &= 8.314\,\mathrm{m^3\,Pa\,K^{-1}\,mol^{-1}} \\ N_A &= 6.02\,10^{23}\ \text{particelle/mole} \\ PV &= N\,k\,T \qquad (k: \text{cost. Boltzman}) \\ & \qquad [k\,(= R/N_A) = 1.38\,10^{-23}\,\mathrm{J/K}] \\ \overline{F}_x &= \frac{\mu}{l}\, N\overline{v_x^2} \\ PV &= \frac{1}{3}\, N\mu\overline{v^2} = \frac{2}{3}\, N\,\overline{E_c} \\ \frac{1}{2}\,\mu\,\overline{v^2} &= \frac{2}{3}\, k\,T \\ U &= N\,\frac{1}{2}\,\mu\overline{v^2} = \frac{3}{2}\, n\,R\,T\,. \end{aligned}$$

- **Corpo rigido**:

$$\begin{aligned} \vec M &= \vec r \wedge \vec F \qquad \left[\vec M_{tot} = \sum_i \vec M_i\right] \\ \vec L &= \vec r \wedge \vec p \qquad \left[\vec L_{tot} = \sum_i \vec L_i\right] \\ I &= \sum_i m_i r_i^2 \ \left[\, = \sum_i I_i\ \right] \rightarrow \text{“}\int \mathrm{d}I\text{”} \end{aligned}$$
$$\vec M^{(ext)} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec L = cost$$

In particolare, corpo rigido ruotante **intorno ad un asse fisso**:

$$\begin{aligned} x &\leftrightarrow \theta \\ v = \frac{dx}{dt} &\leftrightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \\ a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} &\leftrightarrow \dot\omega = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ m &\leftrightarrow I \\ a = \frac{F}{m} &\leftrightarrow \dot\omega = \frac{M}{I} \\ p = mv &\leftrightarrow L = I\omega \\ F = \frac{dp}{dt} = ma &\leftrightarrow M = \frac{dL}{dt} = I\dot\omega \\ \ldots\ldots\ldots\ldots &\leftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

- **Ottica geometrica**:
Riflessione: $\theta_i = \theta_r$;
Legge di Snell: $n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \cdot \sin\theta_2$;
(in entrambi i casi: $\vec i$, $\vec n$, $\vec r$ planari).

Punti coniugati:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}\,.$$

Distanze focali di specchi e lenti:

$$\begin{aligned} f &= \pm\frac{R}{2} \qquad \text{(concavo/convesso)}\,; \\ \frac{1}{f} &= (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\,. \end{aligned}$$

Ingrandimento lineare: $G = -q/p$
(Si presti attenzione alle *convenzioni dei segni*!)

Diottro sferico:

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ f_1 &= R\,\frac{n_1}{n_2 - n_1} \\ f_2 &= R\,\frac{n_2}{n_2 - n_1}\,. \end{aligned}$$

Ingrandimento lineare: $G = (n_1/n_2) \times (-q/p)$