Fisica – Formulario (AA 18/19)

-Derivate e integrali. In genere, date le generiche variabili $y(t)$ e $x(t)$,

$$y = \frac{dx}{dt} \quad \leftrightarrow \quad dx = ydt \quad \Rightarrow \quad \Delta x|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} y(t)\, dt\,.$$

- Basi di cinematica:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (\text{anche } \frac{d\vec{r}}{dt}) \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt}\,; \\ \Delta\vec{s}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)\, dt \\ \Delta\vec{v}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t)\, dt \end{aligned}$$

Inoltre :

$$\Delta\left(\frac{1}{2}v_x^2\right)\bigg|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} a_x(x)\, dx \qquad \text{etc.}$$

- Equazione parametrica cerchio; **moto circolare**: velocità e accelerazione (anche delle componenti).

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \begin{cases} x(t) = R\,\cos[\theta(t)] \\ y(t) = R\,\sin[\theta(t)] \end{cases} \\ v(t) &= \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|\,; \quad a(t) = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| \end{aligned}$$

Moto circolare uniforme: $\theta(t) = \omega t$
Periodo: $t = T \implies \theta(t) = 2\pi$.
Frequenza (ν): giri/s. Vel. ang. (ω): rad/s.
$v(t)$ a $a(t)$ costanti in moto circ. uniforme.
$\vec{v}(t)$ sempre ortogonale a $\vec{r}(t)$ e a $\vec{a}()$.

- Leggi della meccanica

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{\vec{F}}{m} \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F} \qquad [\vec{p} = m\vec{v}] \\ \Delta\vec{p}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\, dt \\ \vec{F}_A^{(B)} &= -\vec{F}_B^{(A)} \\ \vec{F}_A^{(tot)} &= \sum_i \vec{F}_A^{(i)}\,. \end{aligned}$$

- Sistema isolato: $\sum_i \vec{p}_i = \text{costante}$.
- Altrimenti:
  $\frac{d}{dt}\left(\sum_i \vec{p}_i\right) = \vec{F}^{(ext)} \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt} v_{CM} = \frac{\vec{F}^{(ext)}}{m_{tot}}$.

- Forze (un inventario):

$$\begin{aligned} F_G &= -G\,\frac{m_1\, m_2}{d^2} && \left[G = 6.67 \times 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kgs}^2}\right] \\ &= -m_2\, g && [\text{se } m_1 = M_T \text{ e } d = R_T] \\ & && [\,\Rightarrow g \approx 9.8\,\text{N/kg}\,] \\ F_C &= k_0\,\frac{q_1\, q_2}{d^2} && \left[k_0 = 9 \times 10^9\,\text{N}\,\text{m}^2/\text{C}^2\right] \\ \vec{F}_E &= q \cdot \vec{E} \\ \vec{F}_L &= q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \\ F_{el} &= -k\, x \\ \vec{F}_{A_d} &= -\mu_d\, F_N\, \hat{v} \\ \vec{F}_{A_v} &= -\beta\vec{v} \\ F_{A_s} &\leq \mu_s\, F_N \\ \vec{T}?\ \vec{F}_{A_s}? &\Rightarrow \text{‘vincoli’}. \end{aligned}$$

- Oscillatore armonico:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}\, z(t) &= -\omega^2\, z(t) \quad \Longleftrightarrow \quad z(t) = A\,\cos(\omega t + \phi)\,. \\ \frac{d^2x}{d\,t^2} &= -\frac{k}{m}\, x \qquad (\text{molla})\,; \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &\approx -\frac{g}{l}\,\theta \qquad (\text{pendolo})\,. \end{aligned}$$

- Trasformazioni di velocità:

$$\vec{r}_{O'}(P) = \vec{r}_{O'}(O) + \vec{r}_O(P)\,.$$

- Lavoro, **energia cinetica e potenziale**. **Potenza**.

$$\begin{aligned} dL &= \vec{F} \cdot d\vec{s} \\ L|_A^B = \int_A^B dL &= \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\bigg|_A^B \equiv \Delta E_C|_A^B \\ [\ &= -\Delta E_p|_A^B \quad \text{solo } \vec{F} \text{ conserv.}] \\ F_x &= -\frac{dE_p(x)}{dx}\,, \text{ etc.} \\ P &= \frac{dL}{dt} \qquad (\text{anche } P = \frac{dE}{dt} \ e\ P = \frac{dQ}{dt}) \end{aligned}$$

- Centro di massa (‘baricentro’):

$$\begin{aligned} \vec{r}_{CM} &= \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \\ \vec{v}_{CM} &= \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i} \\ \vec{F}_{tot}^{ext} &= \frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_i \vec{p}_i. \end{aligned}$$

- Urti: $\rightarrow$ conservano quantità di moto.
a) perfett. elastici: $\rightarrow$ conservano energia meccanica.
b) complet. anelastici: $\rightarrow$ si annulla E_c nel C.M.
- Nota, per urti perfett. elastici collineari: cons. q. di moto e cons. E_C $\rightarrow$ *regola della somma delle velocità*, ovvero *regola della inversione delle velocità relative.*

- Fotometria:

$$\begin{aligned} \eta &\ : \ \text{`lm/W'} \\ 1\,\mathrm{lx} &= 1\,\mathrm{lm}\,/\,1\,\mathrm{m}^2 \ \ \text{(illuminamento)} \\ 1\,\mathrm{cd} &= 1\,\mathrm{lm}\,/\,1\,\mathrm{sr} \ \ \text{(intensità luminosa)} \\ \mathrm{sr} &\rightarrow \text{`estensione del radiante allo spazio'} \end{aligned}$$

$$Q_v: \ \ (\text{``quant. di luce''}):\mathrm{lm}\times\mathrm{s} \ \ (\text{``Talbot''})$$

- Corpo nero

Leggi di Stefan-Boltzmann e di Wien

$$\begin{aligned} \frac{P}{A} &= \sigma\, T^4 \\ \lambda_{max}\cdot T &= 2.90\times 10^{-3}\,\mathrm{K\,m} \end{aligned}$$

ove $\sigma \approx 5.7\times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2K^4}$

- Termometria (qui Q indica quantità di calore):

$$\begin{aligned} Q &= C\,\Delta T \\ \sum_i Q_i &= 0 \qquad \text{(sistema isolato)} \\ 1\,\mathrm{cal} &= 4.184\,\mathrm{J} \\ \lambda_{H_2O} &= 80\,\mathrm{cal/g}\ \text{(fusione)} \\ &= 540\,\mathrm{cal/g}\ \text{(ebollizione)} \end{aligned}$$

- Andamenti esponenziali (Nota: $\alpha > 0$)

con z generica variabile (temperatura, velocità, nr. di nuclei o di batteri, etc.)

a)

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \alpha\, z \\ \Rightarrow\ z(t) &= z_0\, e^{t/\tau} \qquad [\tau = \frac{1}{\alpha}] \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= -\alpha\,(z - z_F) \\ \Rightarrow\ z(t) &= z_F + (z_0 - z_F)\, e^{-t/\tau} \qquad [\tau = \frac{1}{\alpha}] \end{aligned}$$

Termalizzazione: $\alpha = \eta/(cM)$.

Vel. limite (attrito tipo $-\beta v$): $\alpha = \beta/m$.

- Fluidi:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= (P\cdot A)\,\hat{n} \\ \frac{dP}{dz} &= \rho\, g \qquad (z>0 \text{ verso il basso}) \\ \Delta P &\rightarrow \text{si trasmette a tutto il fluido} \\ F^{\uparrow}_{Arch.} &= \rho_f\, V_{f.s.}\, g \\ v\cdot A &= \text{costante} \qquad [\text{`Leonardo'}] \\ P + \rho\, g\, h + \frac{1}{2}\rho\, v^2 &= \text{costante} \qquad [\text{`Bernoulli'}] \end{aligned}$$

- Gas perfetti:

$$\begin{aligned} P\,V &= n\,R\,T \qquad [R = 8.31\,\mathrm{m^2\,kg\,s^{-2}K^{-1}\,mol^{-1}}] \\ L^{(dal\ gas)} &= P\,\Delta V \\ \Delta E_{int} &= Q^{(al\ gas)} - L^{(dal\ gas)} \end{aligned}$$

- Corpo rigido:

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{r}\wedge\vec{F} \qquad \left[\vec{M}_{tot} = \sum_i \vec{M}_i\right] \\ \vec{L} &= \vec{r}\wedge\vec{p} \qquad \left[\vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{L}_i\right] \\ I &= \sum_i m_i r_i^2 \ \ [\,=\sum_i I_i\,] \ \rightarrow \text{``}\int \mathrm{d}I\text{''} \end{aligned}$$

$$\vec{M}^{(ext)} = 0 \quad\Longrightarrow\quad \vec{L} = cost$$

In particolare, corpo rigido ruotante **intorno ad un asse fisso**:

$$\begin{aligned} x &\leftrightarrow \theta \\ v = \frac{dx}{dt} &\leftrightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \\ a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} &\leftrightarrow \dot\omega = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ m &\leftrightarrow I \\ a = \frac{F}{m} &\leftrightarrow \dot\omega = \frac{M}{I} \\ p = mv &\leftrightarrow L = I\omega \\ F = \frac{dp}{dt} = ma &\leftrightarrow M = \frac{dL}{dt} = I\dot\omega \\ \cdots\cdots\cdots &\leftrightarrow \cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

- Ottica geometrica:

Riflessione: $\theta_i = \theta_r$;

Legge di Snell: $n_1\cdot\sin\theta_1 = n2\cdot\theta_2$;

(in entrambi i casi: $\vec{i}$, $\vec{n}$, $\vec{r}$ planari).

Punti coniugati specchi sferici e lenti:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}\,.$$

Distanze focali di specchi sferici e lenti:

$$\begin{aligned} f &= \pm\frac{R}{2} \qquad \text{(concavo/convesso)}\,; \\ \frac{1}{f} &= (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\,. \end{aligned}$$

(Si presti attenzione alle *convenzioni dei segni*.)

Ingrandimento lineare: $M = -q/p$.

- Fotocamera:

- apertura angolare: $\alpha = 2\,\arctan((L/2)/f) \approx L/f$.
- 'numero di diaframma': $n_D = f/D$
- reciprocità $T/n_D^2 = $ cost. a parità di illum. e ISO.
- sensibilità: se ISO raddoppia è sufficiente $Q_v/2$; da cui $T/n_D^2 \times$ ISO = cost.

- Onde progressive (nelle regressive "$+\beta\, x$"):

- equazione: $f(x,t) = A\,\cos(\omega\, t - \beta\, x)$;
- periodicità: $T = 2\pi/\omega$; $\lambda = 2\pi/\beta$.
- velocità: $v = \omega/\beta = \lambda/T \ \ \rightarrow\ \ \lambda\cdot\nu = v$.