30 Mar 12 maggio – 2h

Vedi sommario delle lezioni.

---

31 Ven 14 maggio – 1h

Vedi sommario delle lezioni.

---

32 Lun 17 maggio – 2h

32.1 Legge di Pascal e applicazioni

- Legge di Pascal (per fluidi incompressibili, o 'circa tali'): variazioni di pressione trasmessa in tutto il volume. Cenno alle macchine idrauliche come ulteriore caso di 'moltiplicatore di forza (con dito su un pistoncino possiamo contrastare la forza di un'auto poggiata su un grande pistone).
- Considerazione sul lavoro dei vari pistoni delle macchine idrauliche (analogia sullo spazio percorso dalla forza 'motrice' rispetto al sollevamento dell'oggetto, nei casi di carrucole multiple, piano inclinato e leve).

32.2 Lavoro effettuato con 'pistone' su fluidi compressibili

- Lavoro compiuto su un gas ('fluido compressibile') da un solo pistone: che fine fa? Riscrittura dell'espressione del lavoro in questo caso: $P\,dV$ [semplice consequenza di '$F\,dx$': $\rightarrow$ $(P\cdot A)\,dx = P\cdot(A\cdot dx) = P\,dV$].
- Lavoro e variazione di energia interna:
  - Abbiamo già visto, con il mulinello di Joule e con le forze di attrito, come il lavoro non cambia solo l'energia meccanica ma se ne ritrova l'effetto in altre forme di energia.
  - Similmente, avevamo visto come la quantità di calore sia una forma di energia trasferita su un corpo.
  - Quindi, se ci limitiamo a calore e al lavoro eseguito <u>su</u> un fluido compressibile (gas), abbiamo
  $$\Delta E \;=\; Q + L^{(sul\ gas)}\,.$$
  Questa equazione è alla base del primo principio della termodinamica.
  - 'Purtroppo' in genere la si incontra in una forma leggermente diversa, giustificata dal fatto che nelle macchine termine forniamo calore e 'preleviamo lavoro' (si pensi a una locomotiva)
  $$\Delta E \;=\; Q - L^{(dal\ gas)}\,,$$
  e ovviamente nei libri è assente la specifica '(dal gas)'.
  - Infine, come è noto, anche se non possiamo approfondire, 'classicamente' la variazione di *energia interna* del gas è associata all'energia cinetica delle molecole del gas.

32.3 Introduzione ai fluidi in movimento

- Velocità di un fluido incompressibile in un tubo a sezione variabile a regime stazionario, ovvero a portata costante. Il flusso deve esere costante in tutto il tubo, anche se la sezione (A) cambia, come si capisce intuitivamente:

$$A_1\, v_1 = A_2\, v_2$$

  (Legge di Leonardo).

32.4 Fluidi in movimento in tubo orizzontale a sezione variabile

- Abbiamo visto come in un condotto di sezione variabile disposto orizzontalmente la velocità cambia da punto a punto. Anche la pressione potrebbe variare: come?
  (A maggior ragione, se il condotto non è orizzontale. Cominciamo ad analizzare il caso orizzontale.)

- Bilancio energetico di un liquido (incomprimibile e non viscoso, ovvero trascurando forze di attrito sia all'interno del fluido che fra fluido e pareti) che scorre orizzontalmente *in modo stazionario*, in un tubo di sezione variabile, mediante il ragionamento della "scomparsa" e "riapparizione". (Per stazionarietà intendiamo che in un punto del tubo la velocità è sempre la stessa, trascurando quindi i 'transienti' di quando il fluido comincia a muoversi nel tubo.)

  - se la velocità degli elementi dV (o $dm = \rho dV$) di liquido cambia, cambia anche l'energia cinetica associata;
  - la variazione di energia cinetica deve essere pari al lavoro compiuto dalle forze di pressione del liquido esterno alla porzione compresa fra le sezioni A_1 e A_2 prese in considerazione;
  - il lavoro (infinitesimo) totale vale (con la sezione A_1 a sinistra e A_2 a destra e v diretta da sinistra verso destra):

$$\begin{aligned} dL^{(P)} &= F_1\, ds_1 + F_2\, ds_2 \\ &= P_1\, A_1\, ds_1 + (-P_2\, A_2)\, ds_2 \\ &= P_1\, dV_1 - P_2\, dV_2 \\ &= P_1\, dV - P_2\, dV \end{aligned}$$

    (in quanto, essendo il liquido incompressibile, $dV_1 = dV_2$, indicato quindi con dV);
  - possiamo immaginare lo scorrimento in un piccolo tempo dt come lo spostamento di dV da una sezione all'altra,[10] sezioni caratterizzate eventualmente da velocità diverse; l'effetto netto è quello di un volume dV (o massa $dm = \rho dV$) che si sposta da A_1 (ove aveva velocità v_1) ad A_2 (ove ha velocità v_2);
  - la variazione di energia cinetica complessiva dell'elemento infinitesimo di fluido dm vale quindi $\frac{1}{2}\, dm\, v_2^2 - \frac{1}{2}\, dm\, v_1^2$;

[10] È con questo che si intende quello che viene chiamato "ragionamento a scomparsa e riapparizione": ai fini della variazione dell'energia cinetica tutta la parte compresa fra le due sezioni su cui si compiono questi ragionamenti è ininfluente in quanto, punto per punto la velocità è la stessa e quindi anche l'energia cinetica è la stessa.

– eguagliando la variazione di energia cinetica al lavoro compiuto dalle forze esterne (esterne al liquido compreso fra la sezione A_1 e la sezione A_2!) si ottiene finalmente

$$\begin{aligned} P_1\,dV - P_2\,dV &= \frac{1}{2}\,dm\,v_2^2 - \frac{1}{2}\,dm\,v_1^2 \\ P_1\,dV - P_2\,dV &= \frac{1}{2}\,\rho dV\,v_2^2 - \frac{1}{2}\,\rho dV\,v_1^2 \\ P_1 - P_2 &= \frac{1}{2}\,\rho\,v_2^2 - \frac{1}{2}\,\rho\,v_1^2 \\ P_1 + \frac{1}{2}\,\rho\,v_1^2 &= P_2 + \frac{1}{2}\,\rho\,v_2^2 \end{aligned}$$

ovvero, in generale, per qualsiasi sezione (di tubo disposto <u>orizzontalmente</u>):

$$P + \frac{1}{2}\,\rho\,v^2 \;=\; \text{costante}\;:$$

se la velocità aumenta la pressione diminuisce;

– riassumendo (per tubo disposto orizzontalmente):
  * se la sezione diminuisce, la velocità aumenta e quindi la pressione diminuisce;
  * se la sezione aumenta, la velocità diminuisce e quindi la pressione aumenta.

- Un importante esempio: se una ostruzione diminuisce la sezione di una arteria, la velocità del sangue aumenta, la pressione diminuisce e il tratto di arteria subisce una forza esterna (a causa di maggiore pressione) che la fa comprimere ancor più!
- Tubo Venturi.

32.5 Teorema di Bernoulli per il fluidi in moto

Continuazione di quanto fatto nel punto precedente, senza la richiesta che il tubo sia posizionato orizzontalmente:
→ nella variazione di energia cinetica bisogna considerare anche il contributo del lavoro compiuto dalla forza peso, ovverossia della variazione di energia potenziale.

- Caso generale, con tubo non necessariamente orizzontale, ma con tutte le altre ipotesi (liquido incompressibile e non viscoso; flusso stazionario):
  – Nel bilancio energetico bisogna tener conto anche del lavoro compiuto dala forza di gravità.
  – Essendo la forza di gravità conservativa, il lavoro può essere valutato dall'opposto della variazione dell'energia potenziale.
  – Anche in questo caso tale variazione può essere valutata mediante l'espediente di "scomparsa" e "riapparizione" usato per l'energia cinetica:

$$\Delta E_p\big|_{h_1}^{h_2} = -\,L^{(G)}\Big|_{h_1}^{h_2} \;=\; -[-dm\,g\,(h_2-h_1)] = dm\,g\,(h_2-h_1)\,.$$

  (In pratica, ripetiamo, corrisponde a portare dm da h_1 a h_2, mentre le restanti sezioni vengono semplicemente 'sostituite'.)

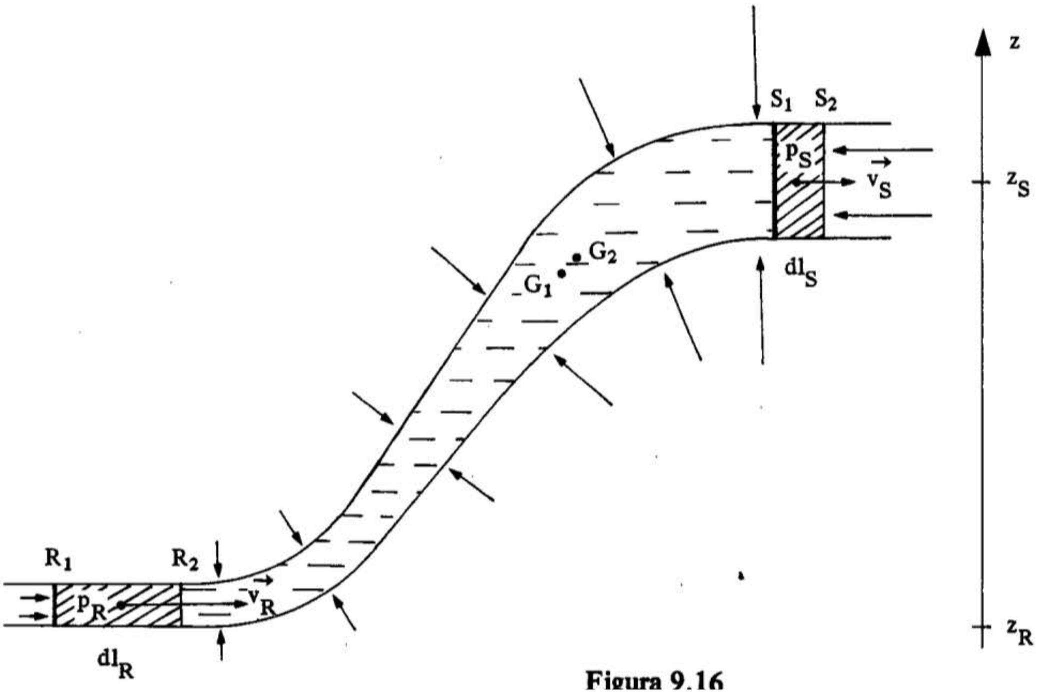

Figura 1: Figura illustrativa del ragionemento per arrivare all'**equazione di Bernoulli** dal bilancio energetico (da Franco Dupré, *Lezioni di Fisica, Vol. 2*, con notazione un po' diversa da quella usata a lezione: le sezioni A_1 e A_2 sono indicate con R e S; velocità, pressioni e quote in corrispondenza sono indicate con $\vec{v}_R$ e $\vec{v}_R$, p_S e p_R, z_S e z_R; gli spostamenti sono indicati con dl_R e dl_S; G_1 e G_2 indicano il baricentro nei due istanti considerati, anche se non vengono usati in quanto si segue l'espediente di "scomparsa" e "riapparizione"; le frecce ortogonali al tubo indicano infine le reazioni vincolari del tubo, ortogonali al moto e che quindi non compiono lavoro).

– Il bilancio energetico diventa quindi

$$\begin{aligned} P_1 \frac{dm}{\rho} - P_2 \frac{dm}{\rho} + dm\, g\,(h_1 - h_2) &= \frac{1}{2}\, dm\, v_2^2 - \frac{1}{2}\, dm\, v_1^2 \\ P_1 + \rho\, g\, h_1 + \frac{1}{2}\, \rho\, v_1^2 &= P_2 + \rho\, g\, h_2 + \frac{1}{2}\, \rho\, v_2^2\,, \end{aligned}$$

ovvero, in una sezione qualsiasi,

$$P + \rho\, g\, h + \frac{1}{2}\, \rho\, v^2 = \text{costante}$$

nota come **equazione di Bernoulli**.

- Esempi notevoli:
  – nel caso statico ($v = 0$) essa contiene la legge di Stevino (si noti che in questa trattazione il verso positivo di h è verso l'alto):

$$\begin{aligned} P_1 + \rho\, g\, h_1 &= P_2 + \rho\, g\, h_2 \\ P_2 - P_1 &= \rho\, g\,(h_1 - h_2) \\ P_2 &= P_1 + \rho\, g\,(h_1 - h_2) \end{aligned}$$

(Se h_2 è minore di h_1, ovvero scendendo verso il basso, $h_1 - h_2 > 0$ e quindi $P_2 > P_1$)

- nel caso di un foro (di sezione A_2 piccola) in un recipiente di sezione (A_1) grande tenuto aperto:
  * le pressioni in corrispondenza di A_1 e A_2 sono uguali e pari a quella atmosferica (P_A);
  * essendo $A_1 \gg A_2$ la velocità di discesa del fluido nel recipiente può essere trascurata ($v_1 \approx 0$);
  * ne segue, prendendo h dal livello del foro

$$\begin{aligned} P_A + \rho\, g\, h_1 + 0 &= P_A + 0 + \frac{1}{2}\,\rho\, v_2^2 \\ v_2 &= \sqrt{2\, g\, h_1} \end{aligned}$$

    $\Rightarrow$ lo zampillo esce la stessa velocità che avrebbe una goccia caduta da una altezza di h_1 ("teorema di Torricelli").

- Consequenze (alcune già viste) dell'equazione di Bernoulli:
  - legge di Stevino;
  - teorema di Torricelli (zampillo da parete di grande recipiente);
  - effetto Venturi, ad es.
    * misuratore di velocità di aerei (benché approssimata);
    * funzionamento dei vaporizzatori.

32.6 Problemi

1. Una batteria avente una forza elettromotrice $f = 10\,\mathrm{V}$ è collegata a tre resistori in serie di resistenza $R_1 = 60\,\Omega$, $R_2 = 30\,\Omega$ e $R_3 = 10\,\Omega$. Calcolare
   (a) la corrente che scorre nelle tre resistenze;
   (b) la tensione (ovvero 'differenza di potenziale') ai capi di ciascuna resistenza;
   (c) la potenza erogata dal generatore;
   (d) la potenza dissipata da ciascuna resistenza (e la si confronti con quella generata dal generatore).
2. Continuazione del problema precedente: Sapendo inoltre che la batteria si scarica completamente dopo 24 ore di funzionamento continuativo, si calcoli anche (ovviamente nel modello semplificato in cui la batteria eroga sempre la stessa corrente alla stessa tensione finché non muore)
   (a) la cosiddetta 'capacità della batteria;
   (b) l'energia totale fornita dalla batteria.
3. Si immagini ora che gli stessi resistori del problema nr. 1 siano collegati in parallelo. Calcolare:
   (a) la resistenza equivalente del parallelo;
   (b) la corrente che scorre nel generatore e nel parallelo;