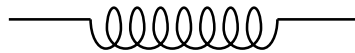


Capitolo 10

Induttanza: l'inerzia dei circuiti

10.1 Breve introduzione all'autoinduzione

Il nuovo elemento circuitale di cui ci occupiamo a partire da questo capitolo è composto, nella sua essenzialità, da una bobina che può essere percorsa da corrente, come quella mostrata in figura:



Come è abbastanza ben noto da conoscenze di cultura generale, e come sarà studiato in dettaglio nel corso di Elettromagnetismo, quando una corrente elettrica scorre nelle sue spire si crea un campo magnetico, come raffigurato in figura 10.1.¹ Si tratta del principio fisico sul quale si basano elettrocalamite, relais e quant'altro, fra cui l'amperometro analogico di cui abbiamo parlato nel capitolo 2.

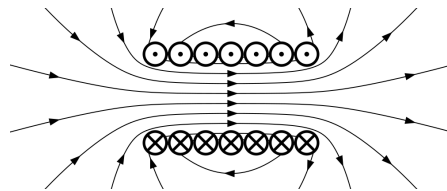


Figura 10.1: Campo magnetico 'solenoidale' prodotto da conduttore avvolto a spire. I cerchi rappresentano le sezioni dei fili con il puntino al centro per indicare corrente elettrica uscente dal foglio e crocetta per corrente entrante.

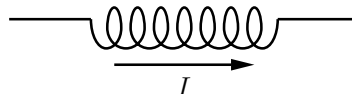
La cosa interessante dal punto di vista delle applicazioni nei circuiti nasce quando la corrente elettrica che attraversa la bobina varia nel tempo. Anche il campo magnetico, che dipende linearmente dall'intensità di corrente, cambia e, in particolare, varia di polarità se il verso di scorrimento della corrente viene invertito.²

¹Figura presa da <http://en.wikipedia.org/wiki/Inductance>.

²Questo è, ad esempio, il principio di funzionamento degli altoparlanti. Il segnale elettrico proveniente dall'amplificatore produce una corrente variabile in una bobina, la quale, producendo un campo magnetico variabile, produce una forza variabile su un magnete. Questo oscil-

Un altro fatto fisico importante è che, se un campo magnetico varia,³ esso produce una forza elettromotrice *indotta* in una bobina⁴, anche sulla stessa che lo ha generato. Si tratta in quest'ultimo caso dell'*autoinduzione* magnetica, governata dalla famosa legge di Lenz, la cui sostanza è esprimibile in semplici parole: *la forza elettromotrice indotta è tale da opporsi alla causa che ha provocato la variazione di campo magnetico*.

Prendiamo come riferimento i versi di campo e corrente di figura 10.1, che corrisponde ad una corrente che scorre verso destra spiraleggiando in verso orario, come indicato nella seguente figura⁵



Se la corrente aumenta, il campo elettrico tende ad aumentare e quindi la forza elettromotrice indotta sarà tale da produrre (se agisse soltanto essa!) una corrente che scorre da destra verso sinistra. Se invece la corrente diminuisce, anche il campo tenderà ad diminuire e la forza elettromotrice indotta sarà tale da produrre una corrente di verso concorde a quello della corrente preesistente. Se invece la corrente è costante non ci sarà nessuna forza elettromotrice indotta. Quindi possiamo modellizzare la forza elettromotrice indotta come un generatore di tensione f_L , con polarità dipendente da come varia la corrente, come mostrato in figura 10.2. Quando la corrente è costante la bobina si comporta come un corto circuito (stiamo trascurando per il momento la resistenza del filo della bobina). Ovviamente, se il verso di scorrimento della corrente cambia, avremo una rappresentazione analoga, mostrata in figura 10.3.

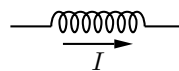
Ora che il processo è stato descritto qualitativamente, passiamo alla parte quantitativa, la quale è altrettanto semplice (il 'mistero' è eventualmente capire l'origine dell'induzione, ma questa è un'altra storia e esula questo corso): la forza elettromotrice indotta è semplicemente proporzionale, in modulo, alla variazione per unità di tempo del campo magnetico ed, essendo quest'ultimo proporzionale all'intensità di corrente, abbiamo alla fin fine una proporzionalità fra forza elettromotrice indotta e derivata rispetto al tempo della corrente

la così 'al ritmo' del segnale elettrico (e quindi musicale). Infine, al magnete è collegata una membrana, la quale oscillando produce onde sonore.

³In realtà quello che conta è la variazione flusso di campo magnetico concatenato con la spira, come verrà spiegato in dettaglio nel corso di Elettromagnetismo. Esso può cambiare sia se cambia il campo magnetico che se in qualche modo cambia la spira (deformazione, rotazione, etc.).

⁴Avete mai provato ad utilizzare un altoparlante come microfono? Ad esempio potete provare con quelli delle cuffie. Certo il sistema non è efficiente e non sarà di grande qualità sonora, essendo stato progettato per altro scopo, e quindi come microfono non sarà un granché, ma qualcosa si sentirà e come microfono di emergenza può anche andar bene. In questo caso è lo spostamento dell'aria che produce un (piccolissimo) segnale elettrico, il quale necessita di essere amplificato per diventare eventualmente udibile mediante altoparlanti.

⁵Naturalmente, se le spire si avvolgessero in verso antiorario come in figura



una corrente elettrica che scorre verso destra produrrebbe un campo magnetico orientato verso sinistra, ma la sostanza del discorso, per quanto riguarda l'autoinduzione, non cambia.

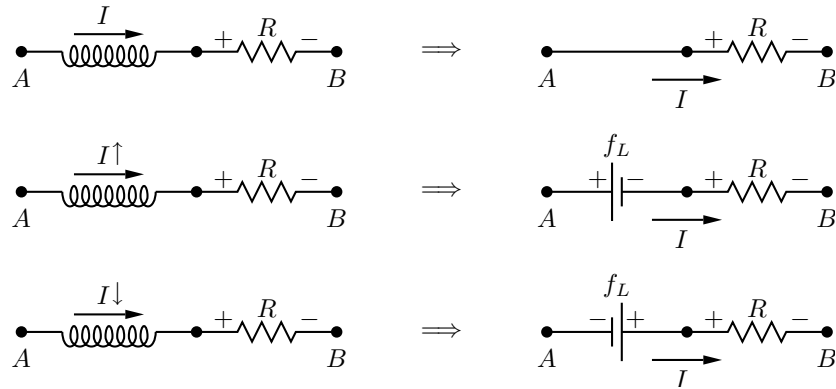


Figura 10.2: Modellizzazione mediante generatori equivalenti della forza elettromotrice indotta da una variazione di intensità di corrente (i simboli $\uparrow$ e $\downarrow$ stanno, rispettivamente, per intensità crescente e decrescente).

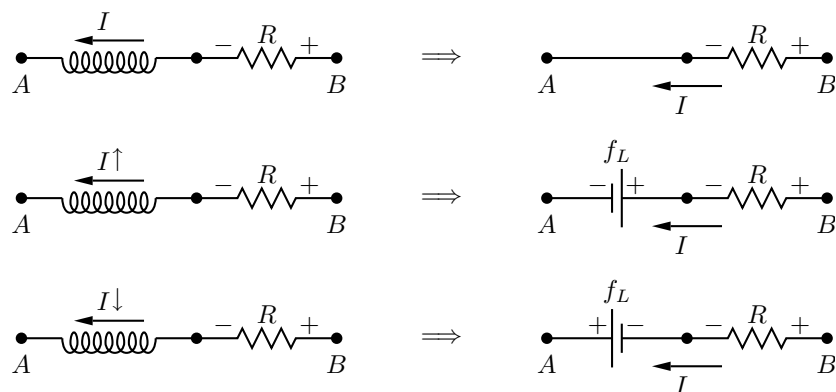


Figura 10.3: Analoga di figura 10.2, ma con corrente che scorre verso sinistra.

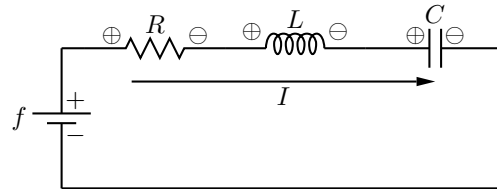


Figura 10.4: Circuito in serie contenente gli elementi circuitali di base che abbiamo incontrato finora. I simboli $\oplus$ e $\ominus$ indicano le polarità di eventuali ‘voltmetri’, per ricordare la nostra convenzione sui segni (vedi figura 5.4) importante per usare i simboli semplificati V_R , V_C e V_L .

elettrica:

$$f_L = L \left| \frac{dI}{dt} \right|. \quad (10.1)$$

Il coefficiente di proporzionalità L , definito positivo, definisce l'*induttanza*, da cui il nome *induttore* che si dà all'elemento circuitale. L'unità di misura dell'induttanza nel Sistema Internazionale è l'*Henry* (H): un induttore di 1 Henry produce 1 Volt se la corrente varia di 1 Ampère al secondo.

Per quanto riguarda il segno, dalle figure 10.2 e 10.3 ci si può convincere facilmente che la variazione di potenziale lungo il verso della corrente può essere scritta come

$$\Delta V_L = -L \frac{dI}{dt}, \quad (10.2)$$

anche se nel seguito useremo il simbolo semplificato V_L , in analogia a quanto abbiamo cominciato a fare trattando il circuito RC in regime sinusoidale, ovvero

$$V_L = L \frac{dI}{dt}, \quad (10.3)$$

secondo la convenzione di figura 10.4, che riporta un circuito con tutti gli elementi finora incontrati posti in serie.⁶ La somma delle variazioni di potenziale lungo il verso della corrente vale quindi

$$f - RI - L \frac{dI}{dt} - V_C = 0, \quad (10.4)$$

⁶Nota: V_L è pari alla differenza fra il punto $\oplus$ e il punto $\ominus$ ai capi di L ed è quindi opposto a ΔV_L della (10.2), pari al potenziale a destra (e quindi in $\ominus$) meno quella a sinistra (in $\oplus$), dato il verso di scorrimento della corrente da sinistra a destra.

Come si immagina, il resto di questo capitolo (e il successivo) consiste sostanzialmente nel risolvere questa equazione per diverse tensioni del generatore e diversi parametri del circuito. Procediamo però gradualmente, considerando soltanto alcuni componenti alla volta. Cominciamo escludendo il condensatore.

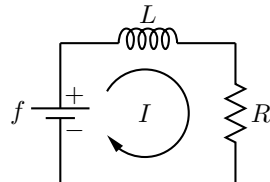


Figura 10.5: Circuito RL serie connesso ad una differenza di potenziale costante (eventualmente con $f = 0$ per simulare induttanza e resistenza con gli estremi cortocircuitati).

10.2 Induttori in serie e in parallelo

[Da completare]

→ Stesse regole delle resistenze, se si trascurano, come avviene con ottima approssimazione negli elementi discreti, gli effetti di mutua induzione fra induttori diversi.

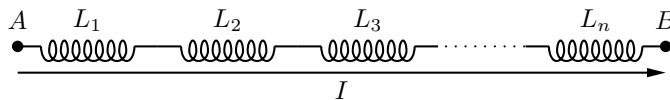


Figura 10.6: Induttori in serie (attenzione alle mutue induzioni!)

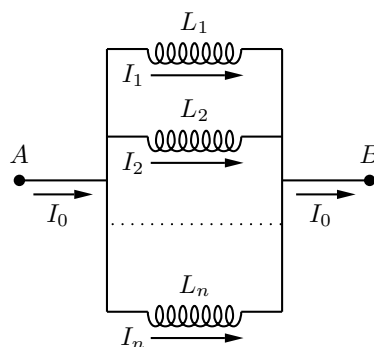


Figura 10.7: Induttori in parallelo.