

Decay life time and half time

(An interesting exercise)

Imagine we have, at $t = 0$, $N(0) = N_0$ nuclei.

- Probability that one nucleus decays in the time interval between 0 and Δt :

Decay life time and half time

(An interesting exercise)

Imagine we have, at $t = 0$, $N(0) = N_0$ nuclei.

- Probability that one nucleus decays in the time interval between 0 and Δt :

$$\begin{aligned} P(\text{"1 decay in } \Delta t\text{"}) &= \int_0^{\Delta t} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} dt \\ &= 1 - e^{-\Delta t/\tau} \\ &\quad \text{(If } \Delta t \ll \tau) \\ &\approx 1 - \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) = \frac{\Delta t}{\tau} \end{aligned}$$

Decay life time and half time

(An interesting exercise)

Imagine we have, at $t = 0$, $N(0) = N_0$ nuclei.

- Probability that one nucleus decays in the time interval between 0 and Δt :

$$\begin{aligned} P(\text{"1 decay in } \Delta t\text{"}) &= \int_0^{\Delta t} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} dt \\ &= 1 - e^{-\Delta t/\tau} \\ &\quad \text{(If } \Delta t \ll \tau) \\ &\approx 1 - \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) = \frac{\Delta t}{\tau} \\ \Rightarrow P(\text{"1 d. in } \Delta t\text{"}) &= \frac{\Delta t}{\tau}. \end{aligned}$$

Decay life time and half time

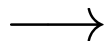
(An interesting exercise)

Imagine we have, at $t = 0$, $N(0) = N_0$ nuclei.

- Probability that one nucleus decays in the time interval between 0 and Δt :

$$\begin{aligned} P(\text{"1 decay in } \Delta t\text{"}) &= \int_0^{\Delta t} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} dt \\ &= 1 - e^{-\Delta t/\tau} \\ &\quad \text{(If } \Delta t \ll \tau\text{)} \\ &\approx 1 - \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) = \frac{\Delta t}{\tau} \\ \Rightarrow P(\text{"1 d. in } \Delta t\text{"}) &= \frac{\Delta t}{\tau}. \end{aligned}$$

- If we have at a given instant N nuclei, how many will decay in Δt ?



Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 1)

$$X \sim \mathcal{B}(N, \frac{\Delta t}{\tau})$$

$$\mathbb{E}[X] = N \cdot \frac{\Delta t}{\tau} [= N \cdot r \cdot \Delta t]$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{\Delta t}{\tau} \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) \cdot N} \approx \sqrt{\frac{\Delta t}{\tau} \cdot N}$$

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 1)

$$X \sim \mathcal{B}(N, \frac{\Delta t}{\tau})$$

$$E[X] = N \cdot \frac{\Delta t}{\tau} [= N \cdot r \cdot \Delta t]$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{\Delta t}{\tau} \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) \cdot N} \approx \sqrt{\frac{\Delta t}{\tau} \cdot N} = \sqrt{E[X]}$$

► Relative uncertainty ($E[X] > 0$):

$$v = \frac{\sigma(X)}{E[X]} = \frac{1}{\sqrt{E[X]}}$$

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 1)

$$X \sim \mathcal{B}(N, \frac{\Delta t}{\tau})$$

$$E[X] = N \cdot \frac{\Delta t}{\tau} [= N \cdot r \cdot \Delta t]$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{\Delta t}{\tau} \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) \cdot N} \approx \sqrt{\frac{\Delta t}{\tau} \cdot N} = \sqrt{E[X]}$$

- ▶ Relative uncertainty ($E[X] > 0$):

$$v = \frac{\sigma(X)}{E[X]} = \frac{1}{\sqrt{E[X]}}$$

- ▶ When the number of decays in Δt is rather ‘large’, that is
 - ▶ N ‘large’
 - ▶ Δt ‘not too small’

$$v \rightarrow 0$$

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 1)

$$X \sim \mathcal{B}(N, \frac{\Delta t}{\tau})$$

$$E[X] = N \cdot \frac{\Delta t}{\tau} [= N \cdot r \cdot \Delta t]$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{\Delta t}{\tau} \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) \cdot N} \approx \sqrt{\frac{\Delta t}{\tau} \cdot N} = \sqrt{E[X]}$$

- ▶ Relative uncertainty ($E[X] > 0$):

$$v = \frac{\sigma(X)}{E[X]} = \frac{1}{\sqrt{E[X]}}$$

- ▶ When the number of decays in Δt is rather ‘large’, that is
 - ▶ N ‘large’
 - ▶ Δt ‘not too small’

$$v \rightarrow 0$$

- ▶ The process can be seen as deterministic: \longrightarrow

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 2)

$$\Delta N = -E[X] = -N \frac{\Delta t}{\tau}$$

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 2)

$$\Delta N = -E[X] = -N \frac{\Delta t}{\tau}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\frac{N}{\tau}$$

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 2)

$$\Delta N = -E[X] = -N \frac{\Delta t}{\tau}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\frac{N}{\tau}$$

that we can ‘conveniently extend’ to the continuum as

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau},$$

resulting in

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau}.$$

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 3)

Twofold meaning of τ :

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 3)

Twofold meaning of τ :

- ▶ **expected time** to disintegrate for each nucleus;

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 3)

Twofold meaning of τ :

- ▶ **expected time** to disintegrate for each nucleus;
- ▶ **time constant** of the decreasing numbers of nuclei, seen as a continuous process (\sim deterministic law, like capacitor discharge in a RC circuit).

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 3)

Twofold meaning of τ :

- ▶ **expected time** to disintegrate for each nucleus;
- ▶ **time constant** of the decreasing numbers of nuclei, seen as a continuous process (\sim deterministic law, like capacitor discharge in a RC circuit).
- ▶ Half live:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \rightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2$$

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 3)

Twofold meaning of τ :

- ▶ **expected time** to disintegrate for each nucleus;
- ▶ **time constant** of the decreasing numbers of nuclei, seen as a continuous process (\sim deterministic law, like capacitor discharge in a RC circuit).
- ▶ Half live:
$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \rightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2$$
- ▶ For a single nucleus $t_{1/2}$ is the median of the p.d.f. of the time to decay.

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 3)

Twofold meaning of τ :

- ▶ **expected time** to disintegrate for each nucleus;
- ▶ **time constant** of the decreasing numbers of nuclei, seen as a continuous process (\sim deterministic law, like capacitor discharge in a RC circuit).

- ▶ Half live:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \rightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2$$

- ▶ For a single nucleus $t_{1/2}$ is the median of the p.d.f. of the time to decay.

- ▶ **Experimentally**, having observed N ($'\Delta N'$) counts in ΔT ,

$$\text{▶ } \{\Delta N, \Delta T, N_0\} \rightarrow r \rightarrow \tau$$

(without having to observe the instant of 'birth' and of dead of single objects)

Decay life time and half time

(An interesting exercise – cont.d 3)

Twofold meaning of τ :

- ▶ **expected time** to disintegrate for each nucleus;
- ▶ **time constant** of the decreasing numbers of nuclei, seen as a continuous process (\sim deterministic law, like capacitor discharge in a RC circuit).

- ▶ Half live:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \rightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2$$

- ▶ For a single nucleus $t_{1/2}$ is the median of the p.d.f. of the time to decay.

- ▶ **Experimentally**, having observed N (' ΔN ') counts in ΔT ,

$$\{\Delta N, \Delta T, N_0\} \rightarrow r \rightarrow \tau$$

(without having to observe the instant of 'birth' and of dead of single objects)

Quite not an easy concept for the general public \longrightarrow

Decay life time and half time

How life times are perceived...

Many years ago there was a claim of a proton decay observed in an underground experiment:

- ▶ The 'observed' lifetime was about 10^{25} years (order of magnitude – details are irrelevant);

Decay life time and half time

How life times are perceived...

Many years ago there was a claim of a proton decay observed in an underground experiment:

- ▶ The 'observed' lifetime was about 10^{25} years (order of magnitude – details are irrelevant);
- ▶ This is how the new was reported by a major Italian newspaper (Corriere della Sera):

Decay life time and half time

How life times are perceived...

Many years ago there was a claim of a proton decay observed in an underground experiment:

- ▶ The 'observed' lifetime was about 10^{25} years (order of magnitude – details are irrelevant);
- ▶ This is how the new was reported by a major Italian newspaper (Corriere della Sera):

Observed how a proton dies.
It was 10^{25} years old.

The very venerably aged proton

Corriere della Sera, 1st June 1984

Venerdì 1 giugno 1984

INTERNO

L'eccezionale avvenimento scientifico illustrato al convegno di cosmofisica dell'Aquila

«Abbiamo visto come muore un protone» *Gli scienziati italiani spiegano: aveva 10 mila triliardi di anni*

La comunicazione è stata fatta dagli studiosi che operano nel laboratorio sotto il Monte Bianco - La particella che hanno visto disintegrarsi il 17 maggio scorso era la seconda al cui «decesso» assistevano in diretta - Questo evento rarissimo ha un'enorme importanza per le moderne teorie unificate della fisica

DAL NOSTRO INVIATO SPECIALE

!!
L'AQUILA — Il protone dà segni di stanchezza. I cosmofisici che lavorano nel laboratorio sotto il monte Bianco ne hanno visto disintegrarsi uno il 17 maggio scorso. Aveva un'età venerabilissima: circa diecimila triliardi di anni. E' il secondo protone la cui morte viene colta in diretta dagli scienziati italiani da quando è cominciato l'esperimento NUSEX, dalle iniziali di «Nucleon stability experiment».

La comunicazione di questo importante risultato scientifico è stata data l'altro ieri, con la prudenza necessaria, al secondo «Convegno nazionale di fisica cosmica», che si tiene all'Aquila, dal fisico sperimentale Pio Picchi.

NUSEX è una collaborazione fra l'Istituto di cosmofisica del CNR di Torino e i laboratori INFN di Milano e di Frascati che, insieme, gestiscono il

per le moderne teorie unificate della fisica, ha accresciuto l'interesse per un altro e più grande laboratorio sotterraneo dove si studieranno questi fenomeni: il laboratorio sotto il Gran Sasso.

Durante un intermezzo dei lavori congressuali, i cento fisici riuniti a L'Aquila hanno visitato le gallerie dove, entro due anni, sorgeranno i nuovi laboratori dell'INFN. Il parlamento ha da poco approvato il secondo finanziamento di sessanta miliardi per il completamento delle opere pubbliche, e ora gli studiosi aspettano che venga dato il via all'acquisto

della strumentazione scientifica.

«Sotto il Gran Sasso inizieremo, molto probabilmente, con tre esperimenti — spiega il professor Renato Scrimaglio, direttore del costruendo laboratorio —: 1) lo studio del decadimento del protone; 2) lo studio dei neutrini solari; 3) la ricerca di una particella chiamata monopolio magnetico. Si tratta di ricerche di frontiera aperte alla collaborazione dei fisici di tutto il mondo».

I programmi dettagliati degli esperimenti saranno definiti al più presto da una commissione presieduta dal fisico An-

tonino Zichichi, che è stato anche il proponente del laboratorio sotto il Gran Sasso. La commissione si riunirà per la prima volta il 4 giugno prossimo. I finanziamenti degli esperimenti scientifici saranno assicurati nell'ambito del bilancio 1985-1990 dell'INFN di cui si aspetta l'approvazione. Esso prevede una spesa complessiva di mille miliardi dei quali un centinaio da destinare alla strumentazione del laboratorio sotto il Gran Sasso.

Sotto 1.400 metri di roccia, ad ammirare la grande camera alta venti metri in cui si studieranno le particelle, si è av-

venturato anche il professor Bruno Rossi, 81 anni, uno dei padri fondatori della fisica cosmica. «E' un paesaggio dantesco — ha esclamato —. Se quando ero giovane ricercatore mi avessero detto che per studiare la radiazione cosmica sarebbe stato necessario ficcarsi qui dentro non ci avrei creduto».

— E se potesse ricominciare da capo — gli abbiamo chiesto — verrebbe a lavorarci, qui sotto?

«Ah no, certamente no», ha risposto il professore scuotendo la testa.

Franco Foresta Martin

In una conferenza mondiale a Roma si proporranno nuove strategie per le attività ittiche

La FAO punta al raddoppio della pesca