Fisica per SMIA (G. D'Agostini)
— Quaderno individuale (AA 2024-2025) —

1 maggio 2025

Informazioni varie

- Il quaderno deve avere le pagine numerate, in modo da poter effettuare eventuali rimandi (ad esempio se ci si accorge, anche dopo settimane, che un problema era errato basta sbarrarne la soluzione e fare un rimando), e creare un indice a fine corso.
- Nello svolgimento dei problemi si raccomanda di seguire quanto suggerito a lezione:
  1. arrivare alla formula risolutrice;
  2. controllo dimensionale;
  3. inserire, se il quesito richiede soluzioni numeriche, i valori delle grandezze di 'input', comprensive di unità di misura;
  4. effettuare i conti operando algebricamente su valori numerici e unità di misura;
  5. trasformazione dell'unità di misura risultate in quella più congrua al risultato ottenuto.
- Ovviamente, per eseguire i conti si possono usare i programmi al computer preferiti, senza però perdere la manualità all'uso della calcolatrice tascabile, che sarà il solo strumento di calcolo consentito all'esame.
- I problemi proposti vanno svolti regolarmente, ovvero *possibilmente* entro le lezione immediatamente successive.[1]
- Sul quaderno le soluzioni vanno identificate con la lezione nella quale i problemi sono stati assegnate e con il nr di problema della lezione (ad es 1.2, etc.).
- È inutile trascrivere le tracce. Si raccomanda invece di appuntarsi, in modo schematico, il procedimento usato e disegnare anche figure schematiche illustrative. È altresì inutile riportare i dettagli dei conti, a meno che non ci sia qualche passaggio non 'ovvio'.
- Chi, alla fine del corso ha il quaderno in regola beneficia di due vantaggi:
  - esonero dalla prova scritta;
  - orale consistente nel discutere tre problemi scelti a caso poco prima (20-30 min) dell'orale.

  Queste agevolazioni sono valide nella sola sessione estiva.

[1] Ovviamente questo non può essere vero la prima volta che questo file comparirà online la prima volta e non può valere dal lunedi al martedi.

1. Gio 27 febbraio

1. Si riportino le risposte ai seguenti quesiti del test di autovalutazione:
   (a) nr. 3;
   (b) nr. 4;
   (c) nr. 5;
   (d) nr. 7;
   (e) nr. 9;
   (f) nr. 11;
   (g) nr. 14.
2. Avendo visto come la famosa unità di misura dell'accelerazione 'm/s^2' può essere riscritta come '(m/s)/s', che ne rende più intuitivamente il significato,
   (a) esprimere l'accelerazione di *caduta libera* (in prossimità della superficie terrestre) g in '(km/h)/s', più facilmente percepibili dai 'comuni mortali';
   (b) valutare il tempo impiegato da un corpo in *caduta libera* per raggiungere la velocità di 100 km/h, se lasciato cadere con velocità iniziale nulla.

2. Lun 3 marzo

1. Si riportino le risposte ai seguenti quesiti del test di autovalutazione:
   (a) nr. 15;
   (b) nr. 16;
   (c) nr. 19.
2. (Variante al quesito nr. 19)
   Un veicolo viaggia impiega un certo tempo per percorrere un certo tragitto.
   Per la prima metà del tempo viaggia a 50 km/h e per la seconda metà a 100 km/h.
   $\rightarrow$ Si calcoli la velocità media sull'intero tempo di percorrenza.
3. Si immagini una grandezza x variabile con il tempo e che scriveremo quindi come $x(t)$. Sapendo ('ipotizzando') la seguente relazione fra x e la sua derivata seconda rispetto al tempo
   $$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\omega^2\, x(t)$$
   si trovi la generica $x(t)$ che soddisfa tale relazione.
4. In base alle misure effettuate in aula, si valuti la densità
   (a) del cilindro;
   (b) del cono;
   (c) del blocco di polistirolo.

5. Nel caso del blocco di polistirolo si valuti anche la forza alla spinta di archimede dell'aria e si corregga quindi il valore di massa *letto direttamente* sulla bilancia.
6. Seguendo le indicazioni date in aula si ricavi la formula per valutare il volume di un cono di altezza h e raggio di base R, ottenuta 'sommando' gli *infiniti dischetti di spessore infinitesimo* paralleli alla base.
7. Ricavarsi l'espressione della forza di gravità su punto materiale di massa m dovuta a due punti materiali, ciascuno di massa M, disposti come nella figura riportata dei *Dettagli delle lezioni*, con
   - $2r$ la distanza fra il 'corpo' di massa M;
   - d la distanza fra il 'corpo' di massa m e la retta passante per gli altri due 'corpi';
   - la retta passante per m e ortogonale a quella passante per gli altri interseca questa nel punto intermedio fra i due 'corpi' di massa M.

3. Mar 4 marzo

1. Utilizzando le indicazioni fornite a lezione si calcoli il volume di una sfera sommando, in analogia con quanto fatto per il cono, i volumi degli *infiniti dischetti di spessore infinitesimo*.
2. Valutare la densità
   (a) della pallina;
   (b) del portachiavi-'mostro'.

   (Per i dati vedere sul sito.)
3. Usando il programma di grafica preferito plottare la variazione di lettura sulla bilancia in funzione dell'affondamento dei solidi visti a lezione.
   - Per i dati vedere sul sito.
   - Come esempio di plot si veda nella Galleria, tenendo conto che tale plot è basato su altri dati!
     (Ma i solidi sono gli stessi e quindi le differenze sono imputabili agli inevitabili *errori di misura*, dei quali dobbiamo ancora parlare: $\rightarrow$ la sostanza non cambia.)
   - Cominciare a pensare a quale solido corrispondono le diverse colonne del file di dati.
4. Al fine di capire la difficoltà dell'esperimento di Cavendish, si calcoli la forza di attrazione di due masse di un kg ciascuna poste a 10 cm una dall'altra.
5. Altro esercizio per capire quanto sia debole la forza di gravità:
   - calcolare il rapporto fra la forza di attrazione gravitazionale e quella elettrica fra un elettrone e un protone posti a una certa distanza uno dall'altro.

   (Per le varie costanti e i valori di cariche e masse ci si arrangi.)

4. Gio 6 mar

1. Estensione dei problemi 2.2 e 2.1.c (nell'ordine).

   (a) Si immagini un punto materiale che si muove per un certo tempo totale T, con velocità (v_i) costante per ogni intervallo temporale Δt_i (ovviamente $\sum_i \Delta t_i = T$).

   (b) Si immagini un punto materiale che percorre un tratto di spazio totale S, con velocità (v_i) costante per ogni tratto Δs_i (ovviamente $\sum_i \Delta s_i = S$).

   ⇒ Calcolare, per i due casi, l'espressione della velocità media.

   ⇒ Risolvere nuovamente i problemi 2.1.c e 2.2 usando le formule ottenute nel punto precedente.

2. Utilizzando i dati sui lanci delle monete eseguiti in aula, si valutino (*misure indirette*!)

   (a) il *tempo di volo* (t_v), ovvero il impiegato dalle monete a raggiungere il pavimento da quando hanno lasciato il piano della scrivania;

   (b) la velocità orizzontale di ciascuna moneta;

   (c) la velocità verticale di ciascuna moneta nell'istante in cui arriva sul pavimento;

   (d) il <u>modulo</u> della velocità di ciascuna moneta nell'istante in cui arriva sul pavimento

   (e) l'angolo di impatto di ciascuna moneta con il pavimento.

3. Si scrivino le *equazioni orarie*, ovvero $x(t)$ e $y(t)$, per il lancio di ciascuna moneta, ricordando che

$$\begin{aligned} x(t=0) &= 0 \\ y(t=0) &= h \\ v_v(t=0) &= v_{x0} \\ v_y(t=0) &= 0 \\ a_x &= 0 \quad (\forall\, t) \\ a_y &= -g \quad (\forall\, t) \end{aligned}$$

4. Una volta trovate le equazioni orarie, si trovi, risolvendole rispetto a t, l'equazione della traiettoria, ovvero $y(x)$.

5. Usando i dati sperimentali e le grandezze valutate nel problema nr. 2 si plottino le traiettorie dei tre lanci.

6. Abbiamo visto a lezione, per il moto circolare, le espressioni di $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ e $\vec{a}(t)$. Valutare i *prodotti scalari*

   (a) $\vec{r}(t) \cdot \vec{v}(t)$;

   (b) $\vec{v}(t) \cdot \vec{a}(t)$.

   Cosa si impara dai risultati ottenuti?

5. Lun 10 marzo

1. Analisi dei due esperimenti in aula del lancio della pallina, in cui sono stati misurati, rispettivamente,

   (a) tempo di volo e distanza raggiunta;

   (b) altezza massima raggiunta e distanza raggiunta.

   $\Rightarrow$ in analogia a quanto fatto per i lanci della lezione scorsa, si valuti 'tutto' e si producano i plot di interesse.

2. Si immagini che un corpo che viaggia con velocità iniziale v_0 e da un certo istante sia soggetto a una accelerazione costante, opposta alla direzione del moto e di modulo a.

   (a) Si ricavi l'espressione del tempo percorso fino all'istante in cui la velocità si annulla;

   (b) Si ricavi l'espressione dello spazio percorso in tale tempo.

   (Un caso particolare è quello di un corpo lanciato verticalmente verso l'alto:
   $\rightarrow$ altezza massima raggiunta).

3. Ricordando che nel caso di un corpo in orbita circolare intorno alla Terra l'accelerazione centripeta è dovuta alla forza di gravità (centripeta) della Terra sul corpo stesso e facendo uso delle formule che legano fra di loro le varie grandezza del moto circolare uniforme

   (a) Si ricavi l'espressione (del modulo) della velocità del corpo orbitante a una distanza d dal centro della Terra.

   (b) Ricordando che (a parte piccoli effetti di cui parleremo)

   $$g = \frac{GM_T}{R_T^2}\,,$$

   si riscriva l'espressione trovata nel punto precedente facendo comparire nella stessa g e R_T (più facili da ricordare e con cui fare i conti) invece di G e M_T.

   (c) Infine, facendo uso di quanto ricavato nell'ultimo punto, si valutino velocità e periodo di rivoluzione

      i. un oggetto in una ipotetica *orbita radente* ($\rightarrow$ 'cannone di Newton');

      ii. della stazione orbitale ISS;

      iii. della Luna.

4. Seguendo la traccia di quanto illustrato a lezione a proposito del problema dell'ipotetico pozzo per il centro della Terra (idealizzata come avente densità costante ρ):

   (a) si ricavi l'espressione dell'accelerazione $a(r)$, funzione della posizione r fra il centro della Terra e la sua superficie;

   (b) si riscriva tale espressione in forma più semplice, notando che

   $$\begin{aligned} a(r=0) &= 0 \\ a(r=R_T) &= -g\,. \end{aligned}$$

   (Il segno sarà importante per gli sviluppi che vedremo.)

6. Mar 11 marzo

1. Facendo uso del calcolo dimensionale

   (a) si valuti, a meno di un fattore moltiplicativo, lo spazio di frenata di un oggetto avente velocità iniziale v_0 sottoposto decelerazione costante;

   (b) si valuti come varia lo spazio di frenata se v_0 raddoppia.

   (E ovviamente si confronti con quanto ottenuto risolvendo il problema 5.2.)

2. Problema 5.1.1 (p. 9) 'Vecchia dispensa':
   $\rightarrow$ Provare a risolvere in diversi modi.

3. Problema 5.1.3 (p. 10) 'Vecchia dispensa':
   $\rightarrow$ Provare a risolvere in diversi modi. In paricolare:

   (a) approssimazione all'*ordine zero*, ovvero trascurando completamente il tempo impiegato dal suono a 'trasmettere' il tonfo;

   (b) [approssimazione al prim'ordine — **per il momento ignorare**];

   (c) confrontare le soluzione ottenute risolvendo esattamente l'equazione con quanto ottenuto nel punto (a);

   (d) dire a quale problema fa riferimento la soluzione spuria ottenuta nel punto precedente.

4. Problema del pozzo per il centro della Terra.
   Come abbiamo visto, la soluzione generale dell'*equazione differenziale*

   $$\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} r = -\omega^2 r$$

   è del tipo $r(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$. Trovare la *soluzione particolare* dalle *condizioni iniziali*

   $$\begin{aligned} r(t=0) &= R_T \\ v(t=0) &= 0\,. \end{aligned}$$

5. (Continuazione del problema precedente)
   Essendo la *generica* ω^2, nel nostro problema, pari a g/R_T, si ricavino le espressione e si calcolino i valori numerici del/la

   (a) pulsazione ω;

   (b) periodo di oscillazione;

   (c) velocità massima raggiunta dall'oggetto lasciato cadere nel pozzo;

   (d) tempo impiegato dall'oggetto per

   - raggiungere la prima volta il centro della Terra;
   - raggiungere per la prima volta l'altra estremità del pozzo.

6. Si confronti il periodo di oscillazione e la velocità massima dell'oggetto nell'ipotetico pozzo (punti b e c del problema precedente) con il periodo e la velocità dell'oggetto nell'altrettanto ipotetica orbita radente intorno alla Terra (problema 5.3.c).

7. Gio 13 marzo

1. Risolvere, alla luce dei chiarimenti di oggi, il punto (b) del problema 6.3, ovverossia assumendo che

   - il tempo impiegato dal suono a risalire dal fondo del pozzo sia molto minore di quello di caduta dell'oggetto;
   - la velocità finale dell'oggetto un istante prima che tocchi il fondo sia molto minore di quella del suono.

2. Soluzione iterativa dello stesso problema 6.3, come spiegato in aula, ovvero

   (a) si calcoli la profondità ('h_0') in 'approssimazione zero' ($\rightarrow$ probl. 6.3.a);

   (b) si valuti il tempo impiegato dal suono per salire dal fondo, ipotizzzando che la profondità sia h_0;

   (c) si valuti quindi il tempo 'vero' di caduta sottraendo al valore misurato con il cronometro il tempo impiegato dal suono per salire valutato nel punto precedente;

   (d) dal tempo di caduta valutato nel punto precedente si valuti nuovamente la profondità del pozzo ($\rightarrow h_1$);

   (e) si valuti nuovamente il tempo di salita del suono usando h_1.

   Quindi

   - Si esegua quindi un *loop*, mediante uno script nel linguaggio preferito,
sui punti (c) $\rightarrow$ (d) $\rightarrow$ (e) $\rightarrow$ (c) $\rightarrow \ldots$,
valutando, per ogni step, h_2, h_3, etc. ;
   - riportare in una tabella il valore di profondita, quello del tempo impiegato dal suono per salire e quello di caduta del sasso per ogni *step*,

   riportando i valori di profondità con *molte* cifre in modo tale da farsi un'idea della velocità di convergenza dell'algoritmo.

3. Facendo uso delle misure prese in aula, si valuti il coefficiente di attrito statico fra cancellino e superficie di plastica.

4. Continuazione del problema precedente, supponendo che

   - per gli oggetti utilizzati il valore del coefficiente di attrito dinamico sia pari al 75% di quello dell'attrito statico;
   - il piano venga inclinato di 10 gradi oltre all'angolo massimo per cui c'è ancora attrito statico;
   - lo spazio percorso dal cancellino (modellizzato con il solito *punto materiale*) sia di 80 cm,

   si valutino

   (a) il tempo impiegato dal cancellino per percorrere tale spazio;

   (b) la velocità finale raggiunta,

confrontando i valori ottenuti con quanto si sarebbe ottenuto in assenza di attrito.

5. Facendo uso del calcolo dimensionale si trovi, a meno di un fattore di proporzionalità numerico, la dipendenza del periodo di oscillazione di una molla, assumento che essa abbia una forma monomia dipendente dalla costante k della molla e dalla massa m ad essa sospesa.
   Inoltre: come cambia il risultato se ipotizziamo che il periodo possa dipende anche dal campo gravitazionale g?

8. Lun 17 marzo

[Nota: i problemi 1-5 possono sembrare astrusi, ma sono concettualmente importanti per dei concetti importanti che vedremo nel seguito. Non c'è quindi fretta a risolverli, ma è importante cominciare a pensarci e possibilmente risolverli.]

1. *Curiosi problemini* (per ora...) sui differenziali.
   (a) Riscrivere $a_x\,\mathrm{d}x$ ricordando che $\mathrm{d}x = v_x\,\mathrm{d}t$ e che $a_x = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
   (si semplifichino i differenziali come se fossero normali espressioni matematiche).
   (b) Si valuti quindi l'espressione dell'integrale di $a_x\,\mathrm{d}x$ dalla 'posizione 1' alla 'posizione 2', ovvero
   $$\int_{P_1}^{P_2} a_x\,\mathrm{d}x$$
   mostrando che esso 'è legato' alla variazione di v_x^2 da 'P_1' a 'P_1'.
   (c) Si valuti quindi il semplice caso in cui a_x costante e più precisamente
   - asse x diretto verso il basso e $a_x = g$;
   - P_1 il punto $x = 0$ dal quale si lascia cadere un oggetto con velocità iniziale nulla, ovvero $v_x(P_1) = 0$;
   - P_2 il punto $x = s$.

   $\Rightarrow$ si valuti l'espressione di $v_x^2(P_2)$, e quindi di $v_x(P_2)$ (positiva, dato il problema).

2. Come ulteriore applicazione, questa volta facendo uso dell'integrale, si consideri il moto di un oggetto sospeso a una molla, per il quale, ricordiamo, $a_x(x) = -(k/m)\cdot x$, nel seguente caso:
   - P_1: $x = x_M$ (allungamento massimo, preso positivo);
   - $v_x(P_1) = 0$ (oggetto inizialmente fermo);
   - P_2: $x = 0$ (punto di equilibrio).

   Si valuti quindi $v_x^2(x = 0)$.

3. Variante del problema precedente, questa volta con
   - P_1: $x = x_M$ (allungamento massimo, preso positivo);
   - $v_x(P_1) = 0$ (oggetto inizialmente fermo);
   - P_2: $x = -x_M$ (punto simmetrico a quello di equilibrio).

Si valuti quindi $v_x^2(x = -x_M)$.

4. Estendere quanto ottenuto nel primo problema alle altre due coordinate, valutando quindi la somma dei tre integrali, ovvero

$$\int_{P_1}^{P_2} a_x \, \mathrm{d}x + \int_{P_1}^{P_2} a_y \, \mathrm{d}y + \int_{P_1}^{P_2} a_z \, \mathrm{d}z \, .$$

   A cosa è legata la somma di questi tre integrali dal punto P_1 al punto P_2?

5. Ricordando infine che $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ e indicando con $\mathrm{d}\vec{s}$ il vettore degli spostamenti infinitesimi, ovvero $\mathrm{d}\vec{s} = (\mathrm{d}x, \mathrm{d}x, \mathrm{d}z)$,

   - come si può riscrivere la somma dei tre integrali del problema precedente?

6. Facendo uso del valore medio della distanza Terra-Sole e della velocità orbitale media della Terra (vedere su Wiki),

   - si valuti la massa del Sole

   (ovviamente facendo l'approssimazione di orbita circolare).

7. Valutare la lunghezza di un pendolo che (ovviamente sulla superficie terrestre) ha un semiperiodo di un secondo.
   (A cosa può essere dovuto il *curioso* risultato?)

8. Un oggetto di massa 1 kg è fermo sospeso a filo di lunghezza 1 m (si prendano questi due valori nmerici come esatti).
   $\Rightarrow$ Si calcoli la reazione vincolare del filo.
   (Il quesito è banale e non ci sono trucchi, ma avrà un senso dopo il problema che segue.)

9. Si immagini ora che l'oggetto sia spostato dalla posizione di equilibrio, fino a quando il filo forma un angolo di 5° con la verticale. Esso viene quindi lasciato e il pendolo comincia a oscillare.

   (a) Si valuti il tempo affinché l'oggetto passi per la prima volta, dopo essere lasciato libero di oscillare, nel punto di equilibrio.

   (b) Si valutino inoltre, in tale punto di 'minimo':

      i. la velocità dell'oggetto;

      ii. la sua accelerazione centripeta;

      iii. la tensione del filo.

9. Mar 18 marzo

1. Caso particolare della forza di resistenza dell'aria con

   - forza *motrice* (o *attiva*) nulla;
   - velocità iniziale diversa da zero, ovvero $v(t = 0) = v_0$:

   $\rightarrow$ ne segue che

- nel membro di destra della Eq. (398) del par. 19.5 della *Vecchia Dispensa* rimane solo $-\frac{\beta}{m}\,v$;
- la velocità finale non può che essere che nulla;
- la (400) si riduce qundi a
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau}\,v\,.$$

Alla luce di queste considerazioni e anche alla luce di quanto visto in uno dei quesiti del test di autovalutazione:

(a) si ricavi $f(t)$;

(b) si valuti dopo quanto tempo, misurato in 'τ' (tempo caratteristico),

   i. la velocità si dimezza rispetto a quella iniziale;

   ii. la velocità diventa un decimo di quella iniziale;

   iii. la velocità diventa un centesimo di quella iniziale.

2. Si immagini un curioso ipotetico tacchino, il quale

   - mangia in continuazione;
   - tanto mangia tanto ingrassa, ovvero
   $$\frac{dm}{dt} = \frac{dc}{dt}\,,$$
   ove m sta per la sua massa e c per il *cibo*;
   - la sua *voracità*, definita come $v = \frac{dc}{dt}$, è proporzionale alla sua massa, ovvero
   $$v(t) \;\propto\; m(t)\,,$$
   e quindi entrambe aumentano con il tempo (più cresce più è vorace;
   più è vorace più rapidamente cresce).

   Sapendo che per $t = 0$ la sua massa vale 1 kg e la sua voracità è pari a 10 g/h,

   (a) trovare la legge che dà $m(t)$, ovvero sua massa in funzione del tempo;

   (b) trovare il tempo che impiega a raddoppiare la sua massa;

   (c) trovare quanto tempo impiega per pesare 100 kg (è un animale ipotetico della ... *mitologia matematica*).

3. Si hanno 20 litri di acqua a 80 gradi. Quanta acqua fredda (10 gradi) ¡br¿bisogna aggiungere per ottenere una temperatura di equilibrio di 50 gradi?
   (Si assuma che non ci siano dispersioni di calore verso l'ambiente e che il contributo dei contenitori allo scambio termico sia trascurabile.)

4. Un cilindro di 200 g di alluminio (calore specifico circa 1/5 di quello dell'acqua) avente una temperatura di 90 °C immerso in un recipiente contenente mezzo litro di acqua a 10 °C.
   ⇒ Si trovi la temperatura di equilibrio (stesse assunzioni idealizzate del problema precedente).

5. Facendo uso di quanto appreso nel problema 8.1 si valuti da quale altezza ci si può lasciar cadere in modo da arrivare al suolo con la velocità 'di sicurezza' indicata nel video del lancio del paracadutista mostrato a lezione (→ Galleria).
   (Non sono ammesse soluzioni ottenute con altri metodi!)

10. Gio 20 marzo

1. Con riferimento alle figure in Galleria, si valuti 'al meglio' la distanza fra osservatore/fotografo e

   (a) basamento della Minerva;

   (b) Cupolone;

   (c) persona che 'stringe il sole fra le mani'.

   Nota: nei casi in cui si fa uso del diametro angolare del Sole si usi possibilmente l'approssimazione per piccoli angoli.

2. In aula è stata mostrata una borraccia, il cui diametro è pari a 7.0 cm. Valutare il diametro angolare con cui essa viene vista

   (a) da studenti nelle prime file (diciamo 2 metri, per fissare un valore);

   (b) da studenti più lontani (diciamo 10 metri).

   Nota: si usi possibilmente l'approssimazione per piccoli angoli.

3. Un corpo, inizialmente a 20 °C viene immerso in un grande contenitore ('A') contenente acqua a 50 °C. Successivamente, dopo che si è termalizzato, esso viene tolto dall'acqua calda e immerso in un altresì grande recipiente ('B') di acqua a 10°.
   Assumendo che la costante di tempo ('τ') del processo di termalizzazione valga in entrambi i casi 60 s,

   (a) si scrivano le espressioni $T(t)$ in entrambi i casi, ponendo $t = 0$ nell'istante in cui il corpo è immerso in ciascuno dei recipienti;

   (b) si valuti dopo quanto tempo dall'immersione esso raggiunge la temperatura di 30 °C

      i. quando è immerso nel recipiente A;

      ii. quando è immerso nel recipiente B.

4. In Galleria è riportata una figura che mostra la *soluzione numerica* dell'oscillazione di un 'oggetto' (*punto materiale*) sospeso a una molla, insieme allo script R con cui è stata generata.

   (a) Riprodurre una figura *simile* in Python.

   (b) Modificare l'*algoritmo* (vocabolo che va di moda) in modo da aggiungere una ipotetica forza di smorzamento dovuta all'aria, modellizzata, per ragioni didattiche, come $-\beta v$, con $\beta = 1\,\mathrm{N/(m/s)}$.

   [Anche se non è richiesto di riportare sul quaderno le figure risultanti, va da sé che è fortemente raccomandato 'smanettare' po' con i parametri del problema per capire come essi influenzano la dinamica e anche, eventualmente, implementare una più realistica forza di resistenza dell'aria proporzionale al quadrato della velocità (e ovviamente sempre opposta a essa).]

5. Si vuole raffreddare dell'acqua (200 g) da 30 gradi a 10 gradi mettendo nel recipiente del ghiaccio inizialmente a zero gradi.

   - Quanta acqua ci sarà nel recipiente all'equilibrio? (Ovviamente sarà data dall'acqua che c'era inizialmente più quella dovuta alla fusione del ghiaccio.)

   Si trascuri la capacità termica del recipiente.
   (Inoltre, come qualcuno noterà, non è facile avere ghiaccio esattamente a zero gradi, ma è solo un espediente per semplificare il problema, evitando di considerare anche l'aumento di temperatura del ghiaccio da quella iniziale a quella in cui comincia la fusione.)

11. Lun 24 marzo

1. Continuazione del problema 10.3.
   Plottare le curve di temperatura del corpo in questione

   - quando passa da 20 °C a 50 °C;
   - quando passa, successivamente, da 50 °C a 10 °C.

   Note:

   - il plot risultante è 'del tipo' di quello della velocità limite mostrata in Galleria;
   - si assuma che la temperatura di equilibrio sia 'praticamente' raggiunta dopo $5\,\tau$;
   - ne segue che la scala orizzontale dei tempi debba estendersi da 0 a 600 secondi, tenendo conto che dopo 300 s comincia il 'tempo zero' del processo raffreddamento da 50 a 10 °C.
     (Chi ha difficoltà può dare un'occhiata allo script che produce la figura delle velocità limite.)

2. Dati i seguenti dati (adimensionali e non affetti da fluttuazioni dovute a errori sperimentali):
   x: 0.10 0.25 0.63 1.58 3.98 10.00
   y_1: 6.32 3.99 2.52 1.59 1.00 0.63
   y_2: 0.16 0.25 0.40 0.63 1.00 1.58
   y_3: 0.63 1.00 1.59 2.52 3.99 6.32
   y_4: 10.00 3.98 1.58 0.63 0.25 0.10
   graficare i punti su carta logaritmica 'log-log' e ricavarsi i parametri 'a_i' e 'b_i' delle quattro leggi di potenza $y_i = a_i \cdot x^{b_i}$ da cui essi derivano.
   [Si raccomanda di usare la carta millimetrata distribuita a lezione anche se può essere un utile esercizio (*optional*) fare i plot, ed eventualmete anche il resto dell'analisi, al computer usando il linguaggio preferito.]

3. Dati i seguenti dati (adimensionali e non affetti da fluttuazioni dovute a errori sperimentali):
   x: 0.10 0.25 0.63 1.58 3.98 10.00
   y_1: 50.00 16.57 5.49 1.82 0.60 0.20
   y_2: 0.50 1.05 2.19 4.57 9.56 20.00
   y_3: 0.10 0.21 0.44 0.91 1.91 4.00
   y_4: 5.00 2.85 1.62 0.92 0.53 0.30
   graficare i punti su carta logaritmica ('**log-log**') ricavarsi i parametri 'a_i' e 'b_i' delle quattro leggi di potenza $y_i = a_i \cdot x^{b_i}$ da cui essi derivano.
   [Vale anche in questo caso quanto raccomandato/suggerito nel problema precedente.]

4. Continuazione del problema 10.4.b sull'oscillatore smorzato risolto numericamente (vedi anche figura in Galleria).

   - A partire dal plot, costruirsi una tabella con i tempi per cui si verificano massimi <u>locali</u> di $x(t)$ e i valori degli stessi$^{(*)}$ (nella figura in Galleria, con t che arriva a 3 secondi si vedono 5 massimi locali, incluso il valore iniziale di x).
   - Riportare i massimi locali in funzione del tempo in un plot con le ordinate in scala logaritmica.
   - Cosa vien da pensare? (...seguita ...)

   [$^{(*)}$ Nota: rileggere i punti *al meglio*, anche se l'operazione darà luogo a inevitabili incertezze di lettura. (Inutile invece, per quello che ci interessa, sviluppare un algoritmo che faccia in automatico la ricerca dei massimi locali.)]

12. Mar 25 marzo

1. Problemino preliminare al problema che segue:

   - si valuti la dimensione angolare massima della stazione orbitale ISS rispetto a un osservatore sulla Terra quando essa gli passa 'sulla testa', ovvero è allo zenit, a 400 km di altezza.

2. Con riferimento all'immagine in Galleria della ISS che attraverso la Luna e assumendo, per semplificare i conti (ma la sostanza non cambia), che la ISS fotografata (?) sia allo zenit rispetto al fotografo e a un'altezza di 400 km:

   (a) si valuti il rapporto fra la dimensione angolare della ISS (punto precedente) e quella della Luna e lo si confronti con il rapporto, in pixel o in cm,$^{(*)}$ della sua 'grandezza' (nella foto) con quella della Luna;

   (b) facendo uso di quanto ottenuto nel problema 5.3.c si valuti la velocità angolare 'istantanea' della ISS rispetto all fotografo (questa velocità angolare non va confusa con quella del suo moto *approssimativamente* circolare intorno alla Terra!);

   (c) dalla velocità angolare valutata nel punto precedente si valuti

      i. il tempo impiegato dalla ISS ad 'attraversare' la Luna lungo il diametro;
      ii. il tempo che intercorre fra i cinque scatti della foto.

[(*) Ci sono dei tool grafici per misurare le dimensioni, in pixel, degli oggetti sullo schermo. Altrimenti si può usare più semplicemente un righello.]

3. Con riferimento al video in Galleria dello spettacolare sorgere di luna:
   (a) si cerchi di stimare quanto può essere lunga (e alta) la catena montuosa che sta esattamente sotto la Luna;
   (b) dalla lunghezza stimata, e facendo uso della 'ben nota' (in questo corso) dimensione angolare media della luna, si valuti quanto distano tali monti da chi ha effettuato la videoripresa (?).

4. Continuazione del problema 5.6, il quale si basava sulla conoscenza del prodotto scalare e quindi ora abbordabile anche da chi non aveva le conoscenze per risolverlo a suo tempo:
   - facendo uso dei due modi per calcolare il prodotto scalare visti a lezione, → si valuti l'angolo fra $\vec{r}(t)$ e $\vec{a}(t)$ in un moto circolare uniforme.

5. Sui dati di variazione del valore letto sulla bilancia in funzione dell'affondamento dei quattro solidi regolari:
   (a) si plottino i dati su carta log-log a ~~*due decadi*~~ quattro decadi convertendo (banalmente) la massa (grammi) in volume (cm^3) (anche su scala logaritmica vanno riportate le unità di misura!) e tenendo conto che per ovvi motivi *lo zero non può essere riportato su tali scale*;
   (b) si tracci quindi con un righello la retta che 'passa meglio' attraverso ciascuna serie di punti sperimentali e, facendo uso di due punti ben distanti e facilmente leggibili presi su tali rette,
   → si valutino i parametri a e b di ciascun andamento di potenza.

   (Continua. . .)

13. Gio 27 marzo

[Attenzione: c'erano delle imprecisioni nella formulazione dei problemi 11.3 e 12.5.
Nr. 11.3 → **carta log-log**; nr. 12.5: → **4 decadi**.]

1. Si ricorda innanzitutto che abbiamo misurato in aula l'altezza della provetta mediante il metro laser, ottenendo i seguenti risultati
   - provetta vuota: 31.0 cm (valore verificato entro il mm con la squadretta);
   - provetta riempita d'acqua: 54.0 cm.

   Da questi dati, e facendo uso della velocità della luce in aria (*praticamente* identica a quella nel vuoto):
   (a) Si esprima la velocità della luce in aria in centimetri al nanosecondo ('cm/ns').
   (b) Quanto vale il tempo impiegato dalla luce per percorrere il tratto di andata e ritorno quando la provetta era vuota?

(c) Quanto deve essere la risoluzione del 'cronometro' interno allo strumento per poter valutare *circa* il decimo di centimetro? [Si esprima il risultato in nanosecondi e in picosecondi ('ps')].

(d) Si valuti quindi la velocità della luce (in cm/ns) in acqua, riportando anche il rapporto fra la sua velocità in aria e quella in acqua (si riportino i risultati con un numero *ragionevole* di cifre significative).

2. Facendo uso della foto dell'eclisse perziale di Luna del 16 luglio 2019 riportata in Galleria e di cui sono state distribuite a lezione alcune stampe:

   - si valutino, seppur approssimativamente e facendo uso dell'approssimazione di *cilindro d'ombra* della Terra,

     (a) il rapporto fra il diametro della Luna e quello della Terra;

     (b) il rapporto fra il volume della Luna e quello della Terra.

3. Facendo uso del diametro della Luna ottenuto, seppur con notevole incertezza, nel problema precedente e del 'ben noto' valore medio del diametro angolare della Luna,

   - si valuti la distanza Terra-Luna.

4. Una persona (massa $m_1 = 70\,\text{kg}$) munita di opportuni pattini sta ferma sulla superficie di laghetto ghiacciato con in mano una palla da bowling di massa $m_2 = 7\,\text{kg}$. Nell'ipotesi che la persona possa scivolare senza alcun attrito sulla superficie ghiacciata, persona e palla formano un *sistema isolato*, almeno per quanto riguarda i movimenti orizzontali.
   Ad un certo punto la persona scaglia davanti a sé, orizzontalmente, la palla con una velocità iniziale $v_2 = 20\,\text{km/h}$.
   Ricavarsi (attenzione ai segni!):

   (a) la quantità di moto iniziale della palla;

   (b) la quantità di moto della persona;

   (c) la velocità iniziale della persona;

   (d) l'energia cinetica della palla e della persona.

   Nota: prima di dare i risultati numerici si ricavino le espressioni delle grandezze di interesse in funzione dei dati del problema, ovvero di m_1, m_2 e v_2.

5. Un 'oggetto' ($\rightarrow$ *'punto materiale'*) di massa m_1 viaggia orizzontalmente su un piano senza attrito con velocità $v_1 = 10\,\text{m/s}$. Ad un certo istante colpisce un altro 'oggetto' inizialmente fermo e di massa m_2. I due corpi rimangono attaccati e proseguono lungo la direzione di provenienza di quello inizialmente in moto. Anche in questo caso possiamo modellizzare i due corpi come un sistema isolato.
   Si ricavino le espressioni, in funzione di m_1, m_2 e v_1,

   (a) della velocità d'insieme, dopo l'urto, dei due corpi ($\rightarrow$ 'v_F');

   (b) dell'energia cinetica totale prima dell'urto;

   (c) dell'energia cinetica totale dopo l'urto.

   Si valutino quindi i valori numerici per i tre casi seguenti:

   i) $m_1 = m_2 = 1\,\text{kg}$;

   ii) $m_1 = 1\,\text{kg}$ e $m_2 = 10\,\text{kg}$;

   iii) $m_1 = 10\,\text{kg}$ e $m_2 = 1\,\text{kg}$.

14. Lun 31 marzo

Nota: da ora in poi fare uso, ogni qual volta è possibile, di lavoro, energia cinetica ed energia potenziale, evitando i 'penosi' (se non necessari) dettagli della cinematica.

1. Dati i seguenti dati (adimensionali e non affetti da fluttuazioni dovute a errori sperimentali):
   x: -1.00 -0.25 0.50 1.25 2.00
   y_1: 22 4.9 1.10 0.25 0.055
   y_2: 0.068 0.30 1.36 6.1 27
   y_3: 0.27 1.21 5.4 24 109
   y_4: 0.61 0.88 1.28 1.87 2.7
   graficare i punti su carta logaritmica ('semilog') ricavarsi i parametri 'a_i' e 'α_i' delle quattro leggi esponenziali $y_i = a_i \cdot e^{\alpha_i x}$ da cui essi derivano.

2. Si calcolino le velocità finali dei due corpi (assumendo urti perfettamente elastici) per i quattro casi dell'animazione riportata in *Galleria* ($\rightarrow$ **Urti elastici**)

3. Si immagini un *pendolo balistico* modellizzato come un pendolo semplice ideale avente $l = 1\,\text{m}$ e $m = 10\,\text{kg}$.
   Si calcolino
   (a) la velocità iniziale di un proiettile di 10 g che fa compiere al pendolo un'oscillazione massima di 20 gradi;
   (b) la velocità dei due corpi subito dopo l'urto;
   (c) l'energia 'meccanica' persa nell'urto anelastico;
   (d) il tempo impiegato dai due corpi per raggiungere la quota massima (si faccia uso dell'approssimazione, un po' 'tirata per il collo', di *piccoli angoli*).

4. Si immagini, nella solita idealizzazione di Terra senza atmosfera, un corpo che viene lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_F. Facendo uso della 'legge' che lega la variazione di energia potenziale alla variazione di energia cinetica
   (a) si valuti l'espressione di v_F affinché il corpo arrivi a 'grandissima' distanza ($r \rightarrow \infty$) dalla Terra con velocità 'praticamente nulla';
   (b) si calcoli anche il valore numerico di v_F;
   (c) si confronti quanto ottenuto nei due punti precedenti con quanto ottenuto a suo tempo per la velocità dell'altrettanto ipotetica orbita radente.

   (Nota: 'v_F' è detta *velocità di fuga*, da cui il simbolo usato.)

5. Si immagini un punto materiale libero di muoversi lungo l'asse x e per il quale l'energia potenziale ha la seguente espressione
   $$E_p(x) = -\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}\,,$$
   con $\mathbf{a} = \mathbf{10}\,\text{J}\cdot\text{m}$ e $\mathbf{b} = \mathbf{1}\,\text{J}\cdot\text{m}^2$. (**Att.:** le **versioni precedenti** avevano dati errati!)
   (a) Si trovi l'espressione della forza che agisce sul punto materiale in funzione della sua posizione.
   (b) In quale punto la forza su di esso è nulla?

15. Mar 1 aprile

1. Si immagini un corpo di massa m in orbita circolare intorno alla Terra alla distanza r dal suo centro. Sapendo che la forza centripeta che lo mantiene sull'orbita $\underline{\text{è}}$ la forza di gravità esercitata su di esso dalla Terra,

   (a) si scriva l'espressione dell'energia cinetica $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ in funzione di G, M_T, m e r;

   (b) si scriva quindi l'espressione dell'energia totale, somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale, utilizzando per quest'ultima la convenzione usuale di porre lo zero all'infinito;

   (c) si scriva infine l'espressione dell'energia necessaria per portare il corpo da un'orbita circolare avente $r = r_1$ a un'orbita circolare avente $r = r_2$, con $r_2 > r_1$.$^{(*)}$
   $\Rightarrow$ Enfatizzare quindi il caso speciale in cui $r_2 \to \infty$.

   [$^{(*)}$Questo concetto è simile a quello della 'eccitazione', nel quale un elettrone 'salta' da un 'livello' a un altro. (A cosa corrisponde il caso speciale di $r_2 \to \infty$?)]

2. Un oggetto scivola per 2 metri lungo un piano inclinato di 30 gradi rispetto alla superficie orizzontale del tavolo su cui è poggiato, raggiungendo una velocità finale (un 'istante' prima di urtare la superficie del tavolo) di 3.58 m/s.

   (a) Calcolare la velocità che avrebbe raggiunto se non ci fosse stato un attrito.

   (b) Calcolare quindi il lavoro compiuto dalla forza di attrito.

   (c) Infine, dal valore della velocità effettivamente raggiunta si valuti il coefficiente di attrito dinamico.

3. Problemini nr. 1, 2 e 4 proposti a pag. 6 delle slides di *Introduzione alla fotometria*, facendo uso della *costante solare* fuori dell'atmosfera:

   (a) potenza totale che arriva sulla Terra;

   (b) potenza totale emessa dal Sole;

   (c) massa solare bruciata per unità di tempo.

4. L'energia potenziale di un pendolo in funzione di θ è data da $E_p(\theta) = mgl\cdot(1 - \cos\theta)$.

   - Trovare l'espressione approssimata di $E_p(\theta)$ intorno a $\theta = 0$ facendo uso della serie di Taylor fino al secondo ordine.

5. Un *curioso esercizio* 'matematico' (per il momento):
   data la funzione $f(x,t) = A\cdot\cos(\omega t - \beta x)$, con x e t le solite variabili indicanti spazio (coordinata cartesiana) e tempo,

   (a) si calcolino le derivate (parziali) seconde sia rispetto a x che rispetto a t, ovvero $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ e $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$;

   (b) si mostri come $\omega^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ è uguale a $\beta^2\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ ...

   (c) ...da cui segue, essendo ω^2 diverso da zero, che $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ è uguale a $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ diviso $(\omega/\beta)^2$.

   (d) Dire inoltre che dimensioni fisiche deve avere (e quindi che grandezza fisica 'potrebbe' essere) il rapporto ω/β.

16. Gio 3 aprile

1. [Ancora sul problema 14.5, che purtroppo aveva dei refusi nei valori numerici di a e b (ma almeno il calcolo della derivata è riutilizzabile...)]

   (a) In analogia a quanto richiesto per il problema 15.5, facendo uso della serie di Taylor fino al secondo ordine, trovare l'espressione approssimata di $E_p(x)$ definita nel problema 14.5 intorno al punto in cui tale funzione ha il valore minimo (e la forza si annulla).

   (b) Fare i plot

      i. di $E_p(x)$, per $0.1\,\mathrm{m} \le x \le 1\,\mathrm{m}$;

      ii. della sua *approssimazione parabolica* [$\rightarrow$ serie di Taylor del punto (a)] per $x_m/2 \le x \le 2x_m$, ove x_m è il punto di minimo della curva di potenziale.

2. Problema nr. 6 par 11.8 V.D.

3. Problema nr. 7 par 11.8 V.D.

4. Immaginiamo di avere due oggetti ('punti materiali') di pari massa $m = 1\,\mathrm{kg}$, di cui uno ('1') viaggia con velocità iniziale $v_1 = 10\,\mathrm{m/s}$ e l'altro ('2') inizialmente fermo, ovvero $v_2 = 0$, essendo queste velocità nel sistema di *riferimento del Laboratorio*, che assumiamo essere *inerziale*.
   Ipotizziamo inoltre che il primo oggetto urti il secondo e che l'urto sia *perfettamente elastico*.

   (a) Si calcoli la velocità con cui si muove il centro di massa ('CM') dei due oggetti ($\rightarrow v_{CM}$).

   (b) Si calcolino quindi

      - le velocità iniziali dei due oggetti nel sistema di riferimento del CM, indicandole con $\hat{v}_1$ e $\hat{v}_2$;
      - le loro quantità di moto iniziali, sempre nel CM.

   (c) Dopo l'urto perfettamente elastico, affinché si conservino quantità di moto e energia cinetica, nel CM le due velocità possono solo invertirsi, ovvero $\hat{v}_1' = -\hat{v}_1$ e $\hat{v}_2' = -\hat{v}_2$.

   (d) Si ricavino infine le due velocità finali nel sistema di riferimento del laboratorio, ovvero v_1' e v_2', mediante la trasformazione inversa ($CM \rightarrow$ Laboratorio).

   Si ricorda che, seguendo le raccomandazioni generali, bisogna prima ricavarsi le espressioni delle grandezze di interesse e poi inserire in esse i valori numerici (con le unità di misura) al fine di ottenere i risultati quantitativi.

17. Lun 7 aprile

1. Esercizietto che ci tornerà utile nel seguito: valutare quanto impiegano *approssimativamente* Sole e Luna a spostarsi nel cielo di un diametro angolare (l'approssimazione consiste nel prendere un valore 'nominale' di 30' per entrambi i corpi celesti — sarà poi facile correggere i risultati ottenuti usando, all'occorrenza, i valori corretti).

2. Continuazione del problema 12.5 sui dati degli affondamenti.
   Le due serie che mostrano una legge di potenza ($y = a \cdot x^b$) con $b \approx 1$ si riferiscono chiaramente ai due cilindri, dei quali possiamo quindi misurare (indirettamente) l'area di base, da cui il diametro. Ma per fare ciò dobbiamo prima imporre che la potenza sia esattamente unitaria e ricavarsi nuovamente a sotto questa assunzione.

   (a) Riportare le due serie di dati relativi ai cilindri su carta millimetrata 'normale' (*lineare*).
   (b) Tracciare le rette che 'meglio approssimano' i punti sperimentali imponendo il passaggio per l'origine.
   (c) Ricavarsi i coefficienti di linearità a.
   (d) Ricavarsi area di base e diametro dei due cilindri.

   (E cominciare a pensare come procedere per gli altri due andamenti. . .)

3. Mostrare come la 'curiosa' equazione a cui si è giunti nel problema 15.5, non è valida soltanto per $f(x,t) = A \cdot \cos(\omega t \pm \beta x)$ [e ovviamente per $f(x,t) = A \cdot \sin(\omega t \pm \beta x)$], bensì anche

   - per la generica $f(x,t) = A \cdot g(\omega t \pm \beta x)$;
   - per la generica $f(x,t) = A_1 \cdot g_1(\omega t \pm \beta x) + A_2 \cdot g_2(\omega t \pm \beta x)$;

   purché $g(\ldots)$, $g_1(\ldots)$ e $g_2(\ldots)$, generiche funzioni, siano continue e derivabili almeno due volte.

4. Problema nr. 3, proposto a pag. 6 delle slides di *Introduzione alla fotometria*, con interessante seguito (pag. 50 delle stesse slides):

   (a) valutare la potenza per metro quadro emessa dalla superficie del Sole;
   (b) facendo uso del risultato oppenuto nel punto precedente e della Legge di Plack per il *corpo nero*, valutare la temperatura della superficie del Sole.

5. Si immagini che in un futuro possibilmente (mooolto) remoto la temperatura della superficie del Sole (espressa in kelvin) aumenti del 10%.

   - Si valuti la nuova costante solare sulla Terra sia fuori dell'atmosfera che sulla superficie terrestre.

6. Calcolare la potenza necessaria per sollevare di 2.24 m un corpo di 64 kg in 2.42 s.

18. Mar 8 aprile

1. Ancora un 'eserciziettto' su d'Alembert, che risulterà importantissimo:
   → vedi testo sul sito del corso, lezione odierna.

2. Una torcia elettrica produce su una parete distante 10 m un disco luminoso di diametro 2 m. Su di esso si misura che l'illuminamento dovuto alla sola torcia (ovvero si era in ambiente buio, oppure l'illuminamento di background era stato opportunamente sottratto) è pari a 1000 lx.
   Si ricavino

(a) il flusso luminoso;
(b) l'intensità della sorgente (nella direzione di emissione della luce);
(c) la potenza necessaria per il funzionamento della torcia, sapendo che la sua efficienza è di 100 lm/W.

3. (Continuazione del problema precedente)
Successivamente, mediante opportuno zoom ottico della torcia, il diametro del disco luminoso viene raddoppiato.
Si valutino i nuovi valori di

   (a) illuminamento;
   (b) intensità della sorgente (nella direzione di emissione della luce);

4. Problema nr. 4 del par. 1.7 di *Forze gravitazionali e forze elettriche*.

5. Un elettrone, inizialmente a riposo, attraversa una differenza di potenziale di 1 V, andando *naturalmente* dal potenziale più basso a quello più alto.
Si calcolino:

   (a) l'energia cinetica dell'elettrone (*un istante prima* che tocchi il punto a potenziale più alto);
   (b) la velocità raggiunta in tale istante;

6. Calcolare la potenza necessaria a un ipotetico 'agente' ("*forza elettromotrice*") per mantenere un flusso di 10^{17} elettroni al secondo da un potenziale di 22 V a un potenziale di 10 V (potenziale più alto $\rightarrow$ potenziale più basso).
(Si noti l'analogia con il problema nr. 4.)

19. Gio 10 aprile

1. Sulla somma di onde *monocromatiche* aventi frequenze multiple di una frequenza fondamentale
(`https://www.roma1.infn.it/~dagos/FisAI/galleria_FisAI_24-25.html#SovrapposizioneOnde1`):

   (a) riprodurre la figura in Galleria mediante script in Python basato sugli script R;
   (b) provare a inventarsi un'altra 'onda strana' cambiando le funzioni che danno ampiezza e fase in funzione di 'k'. (Non c'è limite alla fantasia. La sola cosa a cui prestare attenzione è l'ampiezza A_k debba decrescere al crescere di k.).

2. A lezione abbiamo visto anche come una opportuna somma di 'armoniche' può produrre un'onda approssimativamente 'quadrata' ('*onda quadra*'). Il problema generale di come valutare le espressioni di A_k e φ_k, data la generica forma d'onda che si vuole ottenere, non sarà trattato in questo corso. Si può comunque richiedere a ChatGPT (o altro) di

   - "scrivere uno script Python che produca un'onda *circa* quadra che oscilla fra -1 e $+1$ e avente periodo di 1 Hz, mediante una *serie di Fourier* limitata alla k-ma armonica, plottando anche le armoniche utilizzate." (O *richiesta del genere*, controllando la ragionevolezza di quanto ottenuto ed eventualmente precisando meglio cosa si desidera alla luce di quanto prodotto dallo script.)

3. Riformulare il problema 18.6 alla luce di quanto visto nella lezione di oggi:
   (a) l'ipotetico 'agente' è un generatore di forza elettromotrice f;
   (b) il flusso di 10^{17} elettroni al secondo corrisponde a una certa intensità di corrente espressa in Ampère, da calcolare;
   (c) fare uso, al posto del 'flusso di elettroni',della corrente convenzionale di cariche positive, le quali fluiscono dal potenziale più alto a quello più basso;
   (d) valutare, data l'intensità di corrente valutata nel punto (b), il valore della resistenza R del resistore posto ai capi del generatore.

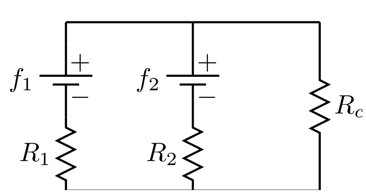
4. Tre resistori, di resistenza rispettivamente $50\,\Omega$, $30\,\Omega$ e $20\,\Omega$, sono posti *in serie* ai capi di un generatore avente una forza elettromotrice di $10\,$V.
   Calcolare
   (a) la corrente che fluisce dal generatore (e che scorre nei resistori);
   (b) la differenza di potenziale ai capi di ciascun resistore
   (fare una figura, della quali si capisca bene il segno delle varie differenze di potenziale).
   (c) la potenza erogata dal generatore per permettere il flusso di tale corrente in tale circuito;
   (d) la potenza dissipata in ciascun resistore per effetto Joule.

5. Con riferimento alla batteria riportata in 'Galleria'
   (`https://www.roma1.infn.it/~dagos/FisAI/galleria_FisAI_24-25.html#BatteriaAutoveicoli`)
   e tenendo conto che
   - i valori delle specifiche sono 'nominali';
   - il valore di corrente è quello massimo (sempre 'nominale') che la batteria può erogare,

   valutare
   (a) la potenza massima della batteria;
   (b) l'energia immagazzinata nella batteria e che può essere utilizzata per i vari scopi;
   (c) la quantità d'acqua si può può scaldare da 10 a 40 gradi prima che la batteria, inizialmente perfettamente carica, si scarichi completamente;
   (d) il tempo impiegato per il riscaldamento del punto precedente se durante tale riscaldamento la batteria 'lavora' alla massima potenza (nominale).

20. Lun 14 aprile

1. Facendo uso delle Leggi di Kirchhoff, risolvere il circuito in figura, con $f_1 = 1.5\,$V, $f_2 = 3.0\,$V, e $R_{1,2,3} = 20$, 30 e $40\,\Omega$ ($R_3 \to R_c$),



ovvero trovare <u>tutto</u> (per cosa si intenda con 'tutto' vedi ad esempio problema nr. 3).

2. Continuazione del problema precedemte: assumendo che la linea in basso sia a potenziale convenzionale nullo, si trovi il potenziale negli altri tre 'punti' (o superfici equipotenziali) di interesse.

3. Sul circuito alla lavagna della lezione scorsa, mostrato anche oggi, assumendo che la forza elettromostrice del generatore sia di $10\,\mathrm{V}$ e tutte le resistenze valgano $10\,\Omega$,

   - facendo uso della tecnica di riduzione a serie e paralleli,
     $\Rightarrow$ trovare <u>tutto</u>, ovvero
     (a) la corrente che fluisce dal generatore;
     (b) la potenza erogata dal generatore;
     (c) la corrente che fluisce in ciascun resistore;
     (d) la tensione ai capi di ciascun resistore;
     (e) la potenza dissipata da ciascun resistore per effetto Joule
     (e si confronti la potenza totale dissipata con quella erogata dal generatore).

4. In una giornata piovosa senza vento le tracce della pioggia sul finestrino laterale di un auto sono inclinate rispetto alla verticale. Sapendo che l'auto va 60 km/h su una strada pianeggiante e che le tracce di pioggia sul finestrino formano un angolo di 60° rispetto alla verticale, si valuti la velocità della pioggia.
   (Si raccomanda di risolvere il problema eseguendo ordinatamente i passaggi del cambiamento di riferimento inerziale 'terreno' $\rightarrow$ 'auto'.)

Attenzione: **al prossimo check (28 aprile) saranno accettati soltanto quaderni in regola**. In particolare

- Tutti i problemi devono essere svolti e riportati sul quaderno.
- Il quaderno deve contenere le **elaborazione grafiche** e i **plot** richiesti, opportunamente <u>incollati</u>/<u>spillettati</u>.
- È anche richiesto, almeno per le prime 20 lezioni, un **indice** in cui sia indicato in quale pagina del quaderno si trova ciascun problema (o gruppi di problemi se della stessa lezione e riportati nell'ordine).

21. Mar 15 aprile

Nota: i problemi nr. 1-3 fanno riferimento al circuito con generatore, resistore e condensatore visto a lezione.

1. Energia erogata dal generatore durante il processo di carica:
   (a) Scrivere l'espressione di '$P_G(t)$', potenza del generatore, durante il processo di carica
   (b) Integrando quindi $P_G(t)\,\mathrm{d}t$ da $t=0$ a $t\to\infty$, si trovi l'espressione dell'energia erogata dal generatore durante tale processo ($\to E_G$).
2. Energia dissipata dalla resistore durante il processo di carica:
   (a) Scrivere l'espressione di '$P_J(t)$', potenza dissipata per effetto Joule, durante il processo di carica
   (b) Integrando quindi $P_J(t)\,\mathrm{d}t$ da $t=0$ a $t\to\infty$, si trovi l'espressione dell'energia totale dissipata dalla resistore durante tale processo ($\to E_J$).
   (c) Si confrontino le espressioni di E_G e di E_J, trovando l'espressione dell'*energia mancante*.
3. Energia dissipata dal resistore durante il processo di scarica:
   (a) Scrivere l'espressione di '$P_J^{(S)}(t)$', potenza dissipata per effetto Joule, durante il processo di scarica
   (b) Integrando quindi $P_J^{(S)}(t)\,\mathrm{d}t$ da $t=0$ a $t\to\infty$, si trovi l'espressione dell'energia totale dissipata dal resistore durante tale processo ($\to E_J^{(S)}$).
   (c) Si confronti l'espressione ottenuta con quella di E_J, del punto 2.b:
   $\to$ cosa si può dire dell'*energia mancate* del punto 2.c?
4. Un condensatore di $2\,\mu$F, inizialmente carico, si scarica su un resistore. Sapendo che dopo $2\,\mu$s dall'inizio della scarica la tensione ai capi del condensatore si è ridotta alla metà di quella iniziale, si valutino
   (a) la costante di tempo del processo di scarica;
   (b) la resistenza del resistore.
5. Sul problema dei lanci orizzontali delle monete (vedi problema nr. 4.2) e in analogia a quanto mostrato nella lezione odierna (vedi plot in Galleria):
   (a) si produca il plot delle traiettorie dei tre lanci tracciando sia una curva continua che dei punti distanziati 10 ms;
   (b) si valutino le lunghezze delle traiettorie (chiaramente sottostimate) dal segmento che unisce il punto in cui la moneta si stacca dal tavolo a quello in cui tocca il pavimento. (Eventualmente — ma non espressamente richiesto! — si cerchi di capire come, mediante ragionamenti geometrici, i valori ottenuti possono essere opportunamente corretti.)

(Come intuibile, nel seguito saranno richieste le successive elaborazioni cui si è fatto cenno a lezione. Quindi chi ha tempo e voglia può cominciare ad avvantaggiarsi con il lavoro.)

22. Lun 28 aprile

1. Facendo uso dei risultati ottenuti nei problemi nr. 21.2 e 21.3 si derivino le formule per valutare l'energia immagazzinata in un condensatore di capacità C avente una d.d.p. di potenziale V_C fra i suoi capi.

2. Lavoro necessario per riempire fino a un livello h un recipiente 'cilindrico' di sezione A pompando un liquido ('acqua') di densità ρ da un 'grande bacino' avente il pelo dell'*acqua* esattamente alla base del cilindro (la richiesta di 'grande bacino' fa sì che non ci dobbiamo preoccupare della diminuzione del livello del bacino mentre aumenta quello del recipiente).
   [$\Rightarrow$ lezione odierna]

3. Calcolare l'angolo limite in cui comincia il fenomeno della riflessione totale quando un fascio di luce passa
   (a) da acqua ($n = 1.33$) a aria;
   (b) da vetro ($n = 1.5$) a aria.

4. Un fascio di luce attraversa una lastra di vetro spessa 1 cm incidendo con un angolo di 45 gradi. Calcolare
   (a) l'angolo con cui il raggio entra nel vetro;
   (b) l'angolo con cui il raggio fuoriesce dalla lastra;
   (c) lo spostamento laterale del raggio da prima di entrare nel vetro a quando ne esce.

5. Si immaginino 12 *variabili aleatorie* ('numeri incerti') X_i indipendenti e ciascuna 'descritta da' ('che segue') una distribuzione uniforme nell'intervallo fra 0 e 1.
   Si immagini quindi la variabile Y definita come
   $$Y = \sum_{i=1}^{12} X_i - 6\,.$$
   $\Rightarrow$ Si valutino valore atteso, varianza e deviazione standard di Y.

   Inoltre, **opzionale ma fortemente raccomandato**,

   - in analogia con quanto mostrato a lezione (benché con solo sei X_i), si simulino, usando il generatore di numeri (pesudo-)casuali Python le X_i e la Y definite sopra (con $n = 12$);
   - si mostri come valori attesi e deviazione standard ottenuti dai numeri simulati siano *ragionevolmente* simili a quelli 'teorici' ottenuti sopra;
   - si grafichi l'istogramma di Y. (Cosa ci ricorda?)

23. Mar 29 aprile

1. Continuazione del problema nr. 21.5:

   - Modificando opportunamente lo script utilizzato per tracciare le traiettorie ($\rightarrow$ 21.5.a) si determini numericamente la lunghezza di ciascuna traiettoria sommando le distanze fra i punti del piano x-y plottati ogni 10 ms.

2. Con riferimento alle slides 'linearizzazione_propagazioni.pdf' ($\rightarrow$ sito del corso), a partire dai dati sul foglio A4, assumendo che

   - il valore dei due lati (a e b) sia inevitabilente incerto;
   - i valori 'centrali' (29.73 cm e 21.25 cm) rappresentino i *valori attesi* (o 'di aspettazione') delle distribuzioni di probabilità che descrivono i valori incerti a e b;
   - 0.03 cm e 0.04 cm indichino le 'incertezze standard' (ovvero le deviazioni standard delle distribuzioni di probabilità che descrivono i valori incerti a e b);
   - le grandezze di *input* siano indipendenti, ovvero $\rho(a, b) = 0$,

   si valutino valori attesi e incertezza standard di

   (a) perimetro;
   (b) area;
   (c) diagonale,

   tenendo conto che il perimetro è una combinazione lineare di a e b, mentre area e diagonale non lo sono e quindi bisogna far uso della linearizzazione mediante espansione in serie di Taylor limitata al prim'ordine.

3. *Raffinamento* del problema nr. 22.4, che tiene conto della dispersione dei colori dovuta alla dipendenza dalla lunghezza d'onda dell'indice di rifrazione.
   Assumendo la legge ('di Cauchy')

   $$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}\,,$$

   con $A = 1.5046$ e $B = 0.00420\,\mu\mathrm{m}^2$ per il vetro di tale lastra, si valutino

   (a) gli indici di rifrazione per le lunghezze d'onda di 400 nm e 700 nm, corrispondenti circa ai limiti della luce visibile;
   (b) gli spostamenti laterali per tali lunghezze d'onda;
   (c) la larghezza del 'pennello colorato' uscente dalla lastra dovuto alla dispersione dei colori.

4. Si calcoli l'angolo limite (quello oltre il quale c'è 'riflessione totale') fra un mezzo di indice di rifrazione 1.500 e uno di indice di rifrazione 1.475. (Vedremo la ragione di questi 'curiosi valori'.)

5. Abbiamo già visto l'utilità dello sviluppo in serie di Taylor.
   Ecco altri 'problemini' sul tema, in preparazione di importanti applicazioni che vedremo nelle prossime lezioni. (Nota: le 'x' che appaiono in questo problema sono *generiche variabili* adimensionali, come lo devono essere gli argomenti delle funzioni in gioco.)

(a) Scrivere l'espansione in serie di Taylor intorno a $x = 0$ e fino a $n = 7$ (tanto per capire meglio 'cosa succede') di

   i. e^x;

   ii. $\cos(x)$;

   iii. $\sin(x)$.

   senza esplicitare i fattoriali (ovvero, ove compaiono, scrivere semplicemente, ad esempio, 2!, 3!, etc.).

(b) *Ricordando*$^{(*)}$ che il numero *immaginario* i è definito come $\sqrt{-1}$, ovvero $i^2 = -1$,

   - scrivere l'espansione in serie di Taylor (sempre intorno a $x = 0$ e fino a $n = 7$) di $e^{i\,x}$, facendo uso di quanto ottenuto nel punto precedente.

   [$^{(*)}$ Chi non lo avesse mai incontrato assuma tale definizione e proceda consequentemente.]

(c) Infine, confrontando i termini dell'espansione di $e^{i\,x}$ con quelli delle espansioni di $\cos(x)$ e di $\sin(x)$,

   - come può essere riscritta *verosimilmente*$^{(**)}$ la funzione $e^{i\,x}$ in funzione di $\cos(x)$ e di $\sin(x)$?

   [$^{(**)}$ Nel senso che, a rigore, bisognerebbe estendere la serie a $n \to \infty$.]

‘Da sapere’ (costanti, grandezze fisiche, formule)

(Si raccomanda di ripassarle regolarmente)

1. Latitudine e longitudine di Roma.
2. Densità (a valori ‘nominali’) dell’aria, espressa in kg/m^3, in g/dm^3 e in g/litro.
3. Valore di g in (m/s)/s e in (km/h)/s
   (ricordando che, visto come *campo gravitazionale*, le sue dimensioni naturali sono N/kg!)
4. Periodo orbitale dell’ipotetico satellite in orbita radente intorno alla Terra e della stazione orbitale ISS.
5. Accelerazione della Luna verso la Terra in (mm/s)/s.
6. Distanza percorsa in caduta libera nel primo secondo verso il centro della Terra
   - di un oggetto in prossimità della superfice terrestre;
   - degli astronauti sulla ISS;
   - della Luna.
7. Periodo di rivoluzione intorno alla Terra della stazione orbitale ISS.
8. Distanza media Terra-Sole (in milione di km).
9. Velocità orbitale della Terra intorno al Sole (in km/s).
10. Calore specifico dell’acqua.
11. Velocità della luce nel vuoto in km/s e in cm/ns.
12. Costante solare (media) fuori dell’atmosfera terrestre e al suolo.
13. …