

23 Lun 26 aprile – 2h

23.1 Introduzione all'ottica geometrica

Si basa su poche e semplici leggi (e qualche approssimazione).

- sorgenti puntiformi ed estese ('tanti punti');
- propagazione rettilinea dei raggi luminosi ('raggi ottici') in mezzi omogenei;
- reversibilità dei raggi ottici;
- fenomeni sulle superfici di separazione fra vari mezzi:
 - assorbimento;
 - diffusione;
 - rifrazione.

(In genere compaiono simultaneamente, anche se in una trattazione elementare vengono trattati in modo alternativo)

- Definizione degli angoli: sempre rispetto alle superfici! (Non confondersi con la convenzione che si usa nel piano inclinato.)
- Legge della riflessione:
 - angolo di riflessione uguale ad angolo di incidenza: $\theta_i = \theta_r$;
 - versori di raggio incidente, raggio riflesso e normale al piano giacciono sullo stesso piano: \hat{i} , \hat{r} e \hat{n} coplanari.
- Legge della rifrazione (legge di Snell):
 - il prodotto dell'indice di rifrazione (che vale 1 per il vuoto e con ottima approssimazione anche per l'aria) per il seno dell'angolo rimane costante: $n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$;
 - versori di raggio incidente, raggio rifratto e normale al piano giacciono sullo stesso piano: \hat{i} , \hat{r} e \hat{n} coplanari.

Il raggio 'si stringe rispetto alla normale' quando si passa da un mezzo di indice di rifrazione minore un altro di indice di rifrazione maggiore (ad esempio aria→acqua e viceversa quando si va al contrario.)

23.2 Basi della visione 3D

23.2.1 Visione binoculare

Dal punto di vista puramente fisico, essa sul fatto i due occhi vedono la stessa 'sorgente' con angoli diversi. Ovviamente, più la sorgente è lontana, più i raggi sono (approssimativamente) paralleli e quindi la distanza viene stimata male.

(Nota: una cosa del genere succede con l'udito e le due orecchie ci permettono di capire la direzione di provenienza del suono)

23.2.2 Confronto con altri oggetti (e prospettiva)

Un altro modo con il quale il cervello elabora le distanze è mediante il confronto con oggetti di dimensioni ‘note’ (o presunte).

Ovviamente il cervello può essere ingannato (vedi immagini sul sito).

23.3 Riflessioni su specchi piani e sferici

- Semplici costruzioni grafiche per capire la legge della riflessione e la convenzione degli angoli.
- Riflessione in uno specchio piano e costruzione geometrico del *punto immagine* (e analogia con i tiri di sponda al biliardo, almeno ignorando effetti e attriti con le sponde).

23.4 Primi esempi di rifrazione

- Fenomeno di riflessione totale nel passaggio da n maggiore a n minore (tipicamente acqua-aria). Essendo $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$, se $n_2 < n_1$ si ha che al di sopra di un certo angolo (‘angolo limite’) $\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$ può diventare maggiore di 1, e quindi non ha alcun senso dire che questa quantità è pari a seno di θ_2 . In questo caso non c’è rifrazione, ma il raggio luminoso viene riflesso completamente (ricordiamo che un po’ di riflessione c’è sempre, anche se noi facciamo delle schematizzazioni rigide).

L’angolo limite si ottiene quindi imponendo la condizione $\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 = 1$, da cui otteniamo

$$\sin \theta_{1L} = \frac{n_2}{n_1} .$$

- Sollevamento apparente del fondo di recipienti e di piscine, e contrazione apparente di vetro, plexiglass e altri materiali trasparenti. Siccome i ‘due’ raggi (medi) che raggiungono gli occhi sono allargati all’uscita in aria, essi ci sembrano provenire da una minore profondità: → calcolo per piccoli angoli (oggetto osservato da ‘sopra’, come quando al mare vediamo i nostri piedi... e le nostre gambe che ‘si accorciano’)
Questa osservazione permette di valutare l’indice di rifrazione di acqua, vetro etc. con un piccolo esperimento.
- La variazione di indice di rifrazione è anche responsabile dei miraggi in quanto la luce viene deviata in continuazione come per l’aberrazione vista nel punto precedente (vedi immagini sul sito), finché non viene riflessa in alto a causa della riflessione totale.

24 Mar 27 aprile – 2h

24.1 Alcune semplici applicazioni di riflessione e rifrazione

- Passaggio attraverso una lastra piana (aria-vetro-aria): il raggio si stringe verso la normale e poi si riallarga: ne segue che i due angoli in aria sono gli stessi. L’unico effetto è uno spostamento parallelo, come visto in aula con la lastra di vetro.

- ‘Curvatura’ della luce che attraversa un prisma (profilo triangolare isoscele, ‘poggiato’ sul lato diverso dai due, con raggio luminoso incidente ‘obliquamente dal basso’ sul lato di sinistra).
⇒ Esempio importante per capire le lenti.
(Nota: per il momento ignoriamo la dispersione della luce! → no copertina di *The dark side of the moon...*)
- Prisma retto usato come ‘specchio traslatore’: Se per il vetro prendiamo un valore nominale di $n = 1.5$ (quello esatto dipende dal tipo di vetro o di cristallo), l’angolo limite di riflessione totale vale 41.8 gradi. Quindi un raggio che dentro il vetro ha un angolo di incidenza di 45° viene riflesso completamente.
- Oggetto disegnato sulla parete di una bottiglia (→ Tiger):
 - analisi ‘qualitativa’ per capire cosa succede (tecnicamente si tratta di un ‘diottro’);
 - sulla formazione delle immagini e sugli ingradimenti (o ‘rimpicciolimenti’) parleremo nel seguito nel caso nel caso di specchi sferici (‘in approssimazione di Gauss’) e di lenti ‘sottili’.
- Fibre ottiche (con dimostrazione in aula). Il fenomeno della riflessione totale è usato per la trasmissione di segnali luminosi in fibre ottiche, le quali hanno all’interno una plastica con un certo indice di rifrazione e all’esterno un’altra plastica di indice di rifrazione inferiore a quella interna. Dati gli angoli in gioco molto grandi (rispetto alle superfici di separazione fra le due plastiche, e quindi molto piccoli rispetto alla direzione di propagazione della luce) la riflessione persiste anche se la fibra è curvata (entro certi limiti – nella dimostrazione in aula abbiamo visto che raggi di curvatura della decina di centimetri non influenzavano significativamente (almeno a giudicare a occhio) l’intensità della luce uscente.
- Rifrazione della luce provenienti da corpi celesti a causa della variazione (continua) dell’indice di rifrazione dell’aria (che diminuisce con la densità): aberrazione della luce. Essa è massima intorno all’orizzonte, ove vale circa 30’ di arco, pari al diametro angolare del Sole, che ci appare quindi visibile anche se geometricamente è già appena tramontato.
⇒ vedi immagini sul sito.
- Effetto di schiacciamento del sole all’orizzonte.
⇒ vedi immagini sul sito.

24.2 La ‘camera oscura’ come il più elementare sistema ottico

Principio di funzionamento (le virgolette stanno a indicare che si tratta di idealizzazioni!):

- un foro ‘molto stretto’ permette il passaggio di ‘un solo’ raggio proveniente da una ‘sorgente puntiforme’;
- il raggio incide in ‘un punto’ nella parete interna e la luce viene diffusa (o internamente, o anche esternamente della camera, a seconda di come è fatto il materiale della parete);
- le altre pareti devono essere nere in modo da assorbire tutti gli altri raggi luminosi (inclusi quelli dovuti alla diffusione sulla parete-schermo);
- siccome ogni ‘punto’ dell’oggetto esterno produce ‘un punto’ dello schermo, su di esso vediamo riprodotta l’immagine del mondo esterno.

Vantaggi e svantaggi della camera oscura ‘elementare:

- siccome a ogni ‘punto’ esterno ne corrisponde ‘uno’ interno, non ci sono problemi di messa a fuoco;
- ovviamente l’immagine è poco luminosa in quanto ogni ‘punto’-immagine è dovuto a ‘un’ solo raggio (in pratica tutti i raggi compresi in un piccolissimo *angolo solido*).

Per ovviare a questo inconveniente *si usano* (e la *natura usa!*) sistemi ottici (ad esempio il *crystallino*) mediante i quali tutta la luce emessa in un certo angolo solido (sempre piccolo, ma molto maggiore di quello di una camera oscura equivalente) viene fatta convergere verso un punto dello ‘schermo’ (ad esempio la retina).

24.3 Formazione dell’immagine in uno specchio piano

Concetto di immagine virtuale.

24.4 Specchio sferico concavo

- Riflessione in uno specchio concavo.
- Approssimazione di Gauss: R della sfera molto grande rispetto alle dimensioni di interesse, condizione che si riflette sul fatto che i raggi di interesse formano piccoli angoli rispetto all’*asse ottico*.
→ In tale approssimazione, tutti i raggi luminosi che si dipartono da un punto dell’oggetto e arrivano allo specchio si riflettono su di esso e i raggi riflessi si intersecano tutti in un punto (→ immagine).
- Siccome l’approssimazione non è mai perfetta, i raggi non si incontrano tutti nello stesso punto, ma coinvolgono una certa (possibilmente piccola) regione di spazio, ovvero, detto alla buona, un punto dell’oggetto produce un pallino dell’immagine: → sfocatura.
- Costruzione di immagini in uno specchio concavo: alcuni esempi.
- Esercizi sulla costruzione di immagini nel caso di specchi concavi in approssimazione di Gauss ($R \rightarrow \infty$, ovvero *raggi circa parassiali*), facendo uso dei raggi notevoli più ‘comodi’:
 - raggio (o suo prolungamento) parallelo all’asse ottico;
 - raggio (o suo prolungamento) passante per il fuoco.

Esiste, come abbiamo visto, un terzo raggio notevole, quello (o suo prolungamento) passante per il centro dello specchio, ma è meglio imparare ad usare bene gli altri due, per l’analogia con le lenti.

(Per i dettagli sui problemi svolti, e varianti, vedi quaderno).

- Uso dell’equazione dei *punti coniugati*

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f},$$

ove $f = +R/2$ per specchi concavi.

- Formula dell'ingrandimento lineare

$$M = -\frac{q}{p}$$

- Regole dei segni:
 - negli specchi concavi f è positiva ($+R/2$, con R il raggio di curvatura dello specchio) in quanto il fuoco per raggi paralleli provenienti dall'infinito è reale (come nella dimostrazione al sole);
 - p è 'normalmente' positiva per oggetti nel mondo reale (le cose si possono complicare nel caso di sistemi ottici);
 - q è positiva se l'immagine è reale ('fuori' dallo specchio); è negativa se l'immagine è virtuale ('dall'altra parte' dello specchio)
 - M è positiva o negativa a seconda che l'immagine sia reale o capovolta rispetto all'oggetto.

24.5 Problemi

1. Calcolare il tempo impiegato dalla Terra per ruotare intorno al proprio asse di mezzo grado (corrispondente a circa il diametro angolare di Sole e Luna)
2. Calcolare di quanto si allunga il tempo di illuminazione solare sulla Terra, intorno all'equizio, per l'effetto della deviazione dei raggi luminosi in prossimità dell'orizzonte (deviazione di c.a 33').
3. Dato uno specchio concavo di raggio di distanza focale f , con un oggetto distante $p = 5f$ dal 'piano' dello specchio (siamo in approssimazione di Gauss con raggi *parassiali*)

(a) si faccia la costruzione grafica dell'immagine, ovvero

- si disegni il simbolo dello specchio in approssimazione di Gauss, posto verticalmente e con la superficie a sinistra;
- si tracci l'asse ottico (orizzontale e passante per il centro dello specchio);
- si tracci il punto focale F , sull'asse ottico e a un certo numero di quadratini (o cm se si usa carta millimetrata) a sinistra dello specchio;
- si tracci la freccia verticale che indica l'oggetto;
- si traccino i due *raggi notevoli* che passano (essi stessi o il loro prolungamento) per la punta della freccia;
- si determini, dall'intersezione dei riflessi dei due raggi notevoli o dei loro prolungamenti, l'immagine della punta della freccia, e si tracci quindi la *freccia immagine*.

(b) si calcoli la posizione lungo l'asse ottico dell'immagine facendo uso dell'*equazione dei punti coniugati*:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f},$$

con i valori misurati in quadretti o in centimetri, e si verifichi che q sia compatibile con quanto trovato graficamente;

(c) si valuti l'ingrandimento *lineare*, ovvero il rapporto fra y' e y dalla formula

$$M = -\frac{q}{p},$$

ove un eventuale risultato negativo sta ad indicare che l'immagine è rovesciata, e la si confronti con quanto ottenuto con la costruzione grafica.

4. Si ripeta il problema precedente con $p = 2f$.
5. Si ripeta il problema precedente con $p = f/2$.
6. Si ripeta il problema precedente con $p = f/4$.
7. Si calcolino (soltanto) q e M nel caso di $p = f/10$, ovvero in questo caso non è richiesta la costruzione grafica.
8. Dall'equazione dei punti coniugati e dalla formula dell'ingrandimento lineare si calcoli il limite di q e di M per $p \rightarrow 0$, ovvero quando l'oggetto è 'vicinissimo' allo specchio. Suggestione: prima di cominciare a fare i conti si pensi, con ragionamento qualitativo, a cosa ci si aspetta.

25 Ven 30 aprile – 1h

25.1 Specchi sferici convessi

I raggi riflessi di raggi paralleli all'asse ottico divergono: non c'è concentrazione di luce (e di energia!): basta fare una costruzione grafica ricordando le leggi della riflessione e che la normale al punto di incidenza è il prolungamento del raggio della sfera di cui lo specchio è una piccola frazione di superficie.

Si concentrano invece i prolungamenti, cosa valida per 'tutti' i raggi solo nell'approssimazione di Gauss, la stessa vista precedentemente. In questa approssimazione tutti i raggi paralleli sono riflessi dalla superficie dello specchio in modo tale che i loro prolungamenti si incontrano in un punto al di là dello specchio: *fuoco virtuale*.

Anche in questo caso vale l'equazione dei punti coniugati che abbiamo visto precedentemente, con $f = -R/2$ in quanto il fuoco è oltre lo specchio (virtuale). Quindi, ricapitolando e tenendo conto che faremo provenire i *raggi da sinistra*:

- p , f e q sono positivi se a sinistra dello specchio;
- f e q sono negativi se a destra dello specchio.

Vale inoltre la stessa regola dell'ingrandimento lineare, con lo stesso significato che aveva precedentemente.

Anche in questo i raggi notevoli sono:

1. quello il cui prolungamento va verso il centro della sfera (angolo di incidenza nullo rispetto alla normale) e quindi viene riflesso su sé stesso;
2. raggio parallelo all'asse ottico che si riflette in modo tale che il prolungamento dell'asse riflesso passa per il fuoco, situato dall'altra parte dello specchio (nel modo di Alice...), a metà fra il centro della sfera e il punto in cui l'asse ottico incontra la superficie dello specchio;

3. raggio il cui prolungamento passa nel fuoco (sempre dall'altra parte dello specchio) e che viene riflesso parallelamente all'asse ottico.

Il terzo è semplicemente conseguenza del secondo e della reversibilità dei raggi ottici. Si raccomanda di far uso di questi due raggi, in quanto le lenti incontreremo raggi analoghi.

Diottri e lenti

Se un raggio luminoso passa da un mezzo a un altro si verifica il fenomeno della rifrazione. Un diottro è, da Wiki, "il più semplice sistema ottico, costituito da una superficie di contatto che separa due mezzi ottici diversamente rifrangenti, trasparenti e con diverso indice di rifrazione". Quindi il caso dell'acqua nel bicchiere, con conseguente sollevamento apparente del fondo era un *diottro piano*. Se la superficie di separazione è sferica abbiamo un *diottro sferico*.

In questo corso **non ci occuperemo dei diottri**. Passiamo quindi alle lenti sferiche, che possono essere viste come due diottri in sequenza (aria-vetro-aria). In particolare ci occupiamo soltanto delle *lenti sottili* (altrimenti bisogna tener conto anche dell'effetto di traslazione laterale dei raggi) in *approssimazione di Gauss*, analoga a quella vista per gli specchi (raggi delle superfici grandi, il che equivale a raggi parassiali). Il ben noto comportamento convergente delle lenti è legato alla differenza di curvatura delle lenti (se hanno la stessa curvatura orientata nello stesso modo, avremo una lastra curva). Per capirlo si può pensare a due prismi sovrapposti (vedi figura sul sito): se sono accostati con le basi si ha un comportamento convergente; se accostati con 'le punte' si ha un comportamento divergente.

La distanza focale è data dalla *formula dei costruttori di lenti*

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

con n l'indice di rifrazione del 'vetro' (o altro) e avendo assunto unitario l'indice di rifrazione dell'aria, mentre R_1 e R_2 sono i due raggi di curvatura delle due superfici, considerati positivi se il centro della sfera è a destra e negativi se a sinistra. f sarà positivo o negativo a seconda che la lente sia convergente o divergente. Ad esempio, in una normale lente, con il raggio proveniente da sinistra, si incontra la prima superficie (aria-vetro) con curvatura a destra (quindi $R_1 > 0$) e seconda superficie (vetro-aria) con curvatura a sinistra (quindi $R_2 < 0$). Si vede quindi che $f > 0$.

Convenzione dei segni delle lenti

- p è positivo a 'sinistra' (da dove proviene il raggio ottico);
- f e q sono positivi a destra.

La differenza rispetto al caso degli specchi è che raggi paralleli provenienti da sinistra si concentrano a destra.

La buona notizia è che sia la legge dei punti coniugati che la formula dell'ingrandimento lineare sono identiche a quelle viste per gli specchi.

In questo caso i raggi notevoli per la costruzione delle immagini sono

1. quello che passa per il centro della lente e che prosegue dritto (in quel punto è come se fosse una microscopica lastra piana, ma anche talmente sottile per cui non c'è deviazione laterale);
2. raggio (da sinistra) parallelo all'asse ottico, che attraversa il fuoco di destra;

3. raggio (da sinistra) che passa (o il suo prolungamento passa) per il fuoco di sinistra, che prosegue a destra parallelo all'asse ottico.

(In realtà la 2 e 3 sono sostanzialmente la stessa cosa (destra↔sinistra), se ci ricordiamo della reversibilità dei raggi ottici.)

25.2 Sperimentazione con lenti convergenti e divergenti

- Come lente convergente possiamo occhiali da presbite con due gradazioni diverse (diottrie, ove per definizione la *diottria* è pari a $1m/f$, con f la distanza focale). L'immagine di un oggetto 'molto lontano' ($p \rightarrow \infty$) si forma, nel senso che si proietta su uno schermo (ad es. un foglio di carta), in prossimità del fuoco, ma in aula abbiamo usato il proiettore, posto a c.a 4 metri.
- Come lente divergente usiamo occhiali da miope. In questo caso non si forma l'immagine sulla carta! È invece possibile vedere l'immagine dell'oggetto (la luce del proiettore) come un 'punto' luminoso fluttuante nell'aria e dalla stessa parte dell'oggetto. Per vederlo, se, come al solito, diciamo che l'oggetto sta a sinistra della lente, un osservatore si deve mettere alla destra, a circa un metro di distanza dalla lente. Di fronte a sé vedrà lontano dietro la lente il soggetto, sempre oltre la lente, ma molto più vicino, vedrà un puntino in aria, dal quale sembrano dipartirsi i raggi che divergono dalla lente. Si può anche fare una stima (nemmeno troppo grossolana) della distanza fuoco-lente ponendo per confronto con un altro oggetto (ad esempio la mano di un aiutante) e muovendolo avanti indietro finché all'osservatore non appaiano essere alla stessa distanza.

25.3 Problemi

1. Uno specchio sferico convesso ha un raggio di curvatura R . Si costruisca l'immagine e si calcolino q e $M = -q/p$ nei seguenti casi (si ricorda che per uno specchio convesso f è negativo):

- (a) $p = 10|f|$;
- (b) $p = |f|$;
- (c) $p = |f|/10$.

2. Un obiettivo ha una focale di 50 mm. Schematizzando l'obiettivo come una semplice lente convergente avente $f = 50$ mm e indicando con h l'altezza dell'oggetto (ortogonale all'asse ottico) e con h' l'altezza dell'immagine, risolvere i seguenti problemi (a sinistra della freccia " \Rightarrow ", ci sono eventuali altri dati, a destra sono indicate, con simboli autoesplicativi, le grandezze da calcolare)

- (a) $p = 50$ m; $h = 10$ m $\Rightarrow q, M, h'$;
- (b) $p = 3$ m; $h = 1$ m $\Rightarrow q, M, h'$;
- (c) $p = 1$ m; $h = 10$ cm $\Rightarrow q, M, h'$;
- (d) $p = 10$ cm; $h = 1$ cm $\Rightarrow q, M, h'$;
- (e) $p = 7$ cm; $h = 0.5$ cm $\Rightarrow q, M, h'$;
- (f) $p = 5.1$ cm; $h = 1$ cm $\Rightarrow q, M, h'$.

A quali situazioni fotografiche corrispondono i sei casi presi in considerazione?

3. Data una lente divergente di $f = -5\text{ cm}$ e un oggetto avente dimensione trasversa $y = 2\text{ cm}$ si calcolino q , M e y' e si costruisca l'immagine in scala (controllando la consistenza dei risultati ottenuti) per

- (a) $p = 10\text{ cm}$;
- (b) $p = 2.5\text{ cm}$.

26 Lun 3 maggio – 2h

26.1 Problema nr. 2 della scorsa lezione

Riepilogo formule (quelle fra parentesi quadre sono derivazioni delle precedenti: non tentare di memorizzarle per non fare pasticci. E non conviene nemmeno ricordarsi ' $q = pf/(p-f)$ ': più importante ricordarsi la più facile equazione dei punti coniugati!)

$$\begin{aligned}
 q &= \frac{p \cdot f}{p - f} \\
 M &= -\frac{q}{p} \left[= -\frac{f}{p - f} = \frac{f}{f - p} \right] \\
 h' &= M \cdot h \left[= \frac{f}{f - p} \cdot h \right]
 \end{aligned}$$

Ricordando che $f = 50.00\text{ m}$ (in alcuni casi servono molte cifre per capire, in alcune situazioni, di quanto q differisce da f !)

- (a) $p = 50\text{ m}$; $h = 10\text{ m}$ $\implies q = 50.05\text{ mm}$; $M = -0.0010$; $h' = -10.0\text{ mm}$;
- (b) $p = 3\text{ m}$; $h = 1\text{ m}$ $\implies q = 50.85\text{ mm}$; $M = -0.017$; $h' = -17.0\text{ mm}$;
- (c) $p = 1\text{ m}$; $h = 10\text{ cm}$ $\implies q = 52.6\text{ mm}$; $M = -0.053$; $h' = -5.3\text{ mm}$;
- (d) $p = 10\text{ cm}$; $h = 1\text{ cm}$ $\implies q = 100\text{ mm}$; $M = -1.0$; $h' = -1.0\text{ cm}$;
- (e) $p = 7\text{ cm}$; $h = 0.5\text{ cm}$ $\implies q = 175\text{ mm}$; $M = -2.5$; $h' = -1.25\text{ cm}$;
- (f) $p = 5.1\text{ cm}$; $h = 1\text{ cm}$ $\implies q = 2.55\text{ m}$; $M = -50$; $h' = -50\text{ cm}$.

'Situazioni fotografiche' corrispondenti:

- Nei primi tre quesiti si trattava di comuni situazioni fotografiche, con l'immagine che si forma in prossimità del fuoco. Importante che h' sia abbastanza piccolo in modo tale da poter rientrare nelle dimensioni del sensore (vedi confronto sul sito).
La messa a fuoco è ottenuta spostando (tramite vite) l'obiettivo rispetto al sensore, solidale con la macchina fotografica.
- Le situazioni dei quesiti (d) e (f) avevano oggetti piccoli molto vicini all'obiettivo. L'immagine si forma lontano e quindi bisogna spostare di molto l'obiettivo rispetto al sensore (ad esempio con un *soffietto*, come da immagine sul sito).
- L'ultima situazione corrisponde ad un oggetto vicinissimo al fuoco. L'immagine si forma molto lontano ed è fortemente ingrandita. Stiamo parlando quindi di un proiettore.