Capitolo 4

Luce, colori e sistemi ottici elementari

In questo capitolo ripartiamo dai satelliti di Giove, dei quali avevamo usato nel capitolo precedente i parametri orbitali per valutare la massa del pianeta gigante. Infatti i satelliti ‘medicei’ hanno avuto una grande importanza non soltanto nella storia della fisica ma in tutto il pensiero occidentale, per le loro implicazioni contro il sistema geogentrico, supportato fino all’epoca di Galileo sia dal pensiero scientifico che filosofico e religioso. Inoltre essi ci hanno dato la prima, casuale, indicazione[1] della finitezza della velocità della luce. È quindi giunto il momento di dire qualcosa sulla luce, in quanto la sua presenza è implicita in tutte le scienze, giacché il senso della vista gioca un ruolo primario nelle acquisizioni delle nostre conoscenze sul mondo. È quindi difficile costruire una scienza della natura senza essere coscienti di come vediamo le cose.

4.1 Una curiosa anomalia dei satelliti di Giove (Rømer, 1676)

- Importanza pratica delle predizione del comportamento dei satelliti di Giove:
  - almanacchi di *effemeridi*;
  - misura della longitudine (vedi ad esempio il libro *Longitudine* – figura 4.1);
- I periodi di rotazioni ‘sembrano aumentare’ quando la Terra si allontana da Giove, ‘sembrano di diminuire’ quando la Terra va verso Giove:
  - → analogo di effetto Doppler (aumento della frequenza della sirena quando l’ambulanza viene verso di noi, e di diminuzione quando si allontana)
- Satellite Io:
  - periodo orbitale: 1.77 giorni (1.5×10^5 s);
  - aumento massimo circa 15 s ogni periodo (in base all’attuale conoscenza della velocità della luce).
- Spiegazione in termini di velocità ‘finita’ (nel senso di ‘non infinita’) della luce
  - in un periodo di Io la Terra si è spostata di 4.6 milioni di km;

[1] A tale proposito, siccome talvolta si parla a sproposito di *scoperte*, ecco come la pensava Enrico Fermi:

> *“There are two possible outcomes: if the result confirms the hypothesis, then you’ve made a measurement. If the result is contrary to the hypothesis, then you’ve made a discovery. “*

`http://www.brainyquote.com/quotes/quotes/e/enricoferm125836.html`

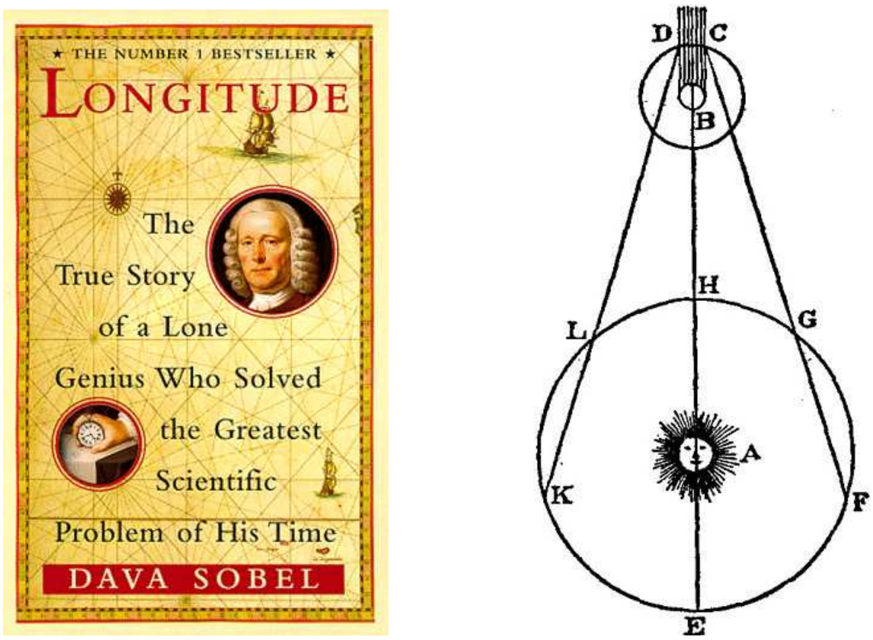

Figura 4.1: A sinistra: una lettura raccomandata (libro tradotto anche in italiano) sul problema della misura della longitudine. A destra: disegno schematico (e assolutamente non in scala) di Rømer (da en.wikipedia) della Terra che gira intorno al Sole (E-F-G-H-L-K-E) e di Giove (B) con intorno Io, occultato fra C e D.

$\rightarrow\ v_{luce} \approx 4.6 \times 10^6\,\mathrm{km}/15\,\mathrm{s} \approx 300000\,\mathrm{km/s}.$

- Risultato di Rømer, in base alle sue osservazioni (<1676 – Si pensi alla tecnologia dell'epoca!):
  - il tempo impiegato dalla luce per percorrere il diametro dell'orbita terrestre, ovvero una distanza di due *Unità Astronomiche* (UA), risultò essere di circa 22 minuti. Questo si rivelò essere di più del valore accettato ai giorni nostri, che è di circa 16 minuti e 40 secondi (Wikipedia).
    (Si noti come nel risultato lo spazio venne dato in Unità Astronomiche e non in termini di unità usate sulla Terra).
  - in termini odierni si traduce in una velocità della luce di circa 230000 km/s (ma all'epoca la conversione in 'diametri terrestri', e quindi unità pratiche, non era ben nota).

4.1.1 Analogia con effetto Doppler

4.2 Altre misure storiche della velocità della luce

Già Galileo aveva avuto l'idea di misurare la velocità della luce, ma effettuando l'esperimento con lanterne su colline toscane dovette ammettere che la propagazione era praticamente istantanea. Con una velocità che sappiamo essere talmente elevata, ci volevano all'epoca distanze astronomiche per osservare effetti temporali apprezzabili (poco più di un secondo per la distanza

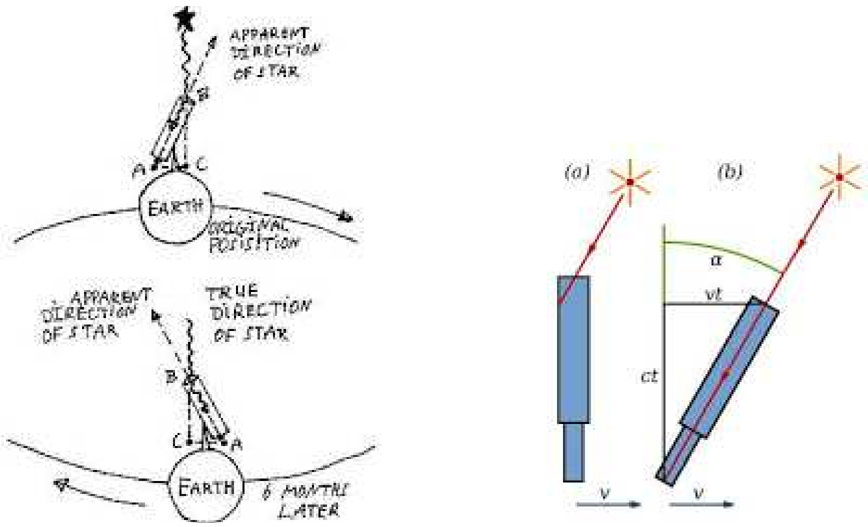

Figura 4.2: Aberrazione della luce stellare dovuta al movimento della Terra (`http://alfachallenge.blogspot.it/2010/12/stellar-aberration-bradley-1727.html`).

Terra-Luna). Vedremo nel seguito un paio di tappe storiche per la determinazione della velocità della luce, rimandando gli interessati all'argomento a `http://www.setterfield.org/000docs/cx1.html` e a voci su wikipedia sull'argomento.

4.2.1 Aberrazione della luce (Bradley, 1725)

Le conclusioni di Rømer non furono accettate universalmente per oltre mezzo secolo, fino alla *scoperta* di Bradley dell'aberrazione della luce, *cruciale* in quanto la sua spiegazione

- mostrava in modo inequivocabile come la Terra si muovesse rispetto alle stelle fisse;
- richiedeva una velocità finita della luce;
- portava ad una determinazione della velocità della luce, in sostanziale accordo con quella di Rømer

Bradley nel 1729 stimò che la velocità della luce dovesse essere 10210 volte (valore odierno: 10066 volte) la velocità della Terra, da cui $c = 306000\,\text{km/s}$. Per dettagli/figure:

- `http://en.wikipedia.org/wiki/James_Bradley`
- `http://en.wikipedia.org/wiki/Aberration_of_light`
- `http://alfachallenge.blogspot.it/2010/12/stellar-aberration-bradley-1727.html`

Esercizio

Aberrazione attesa, con valore attuale di c per *stella ortogonale* alla direzione di moto terrestre (va da se che l'effetto dipende dall'angolo ed in particolare è nullo per stelle lungo la direzione

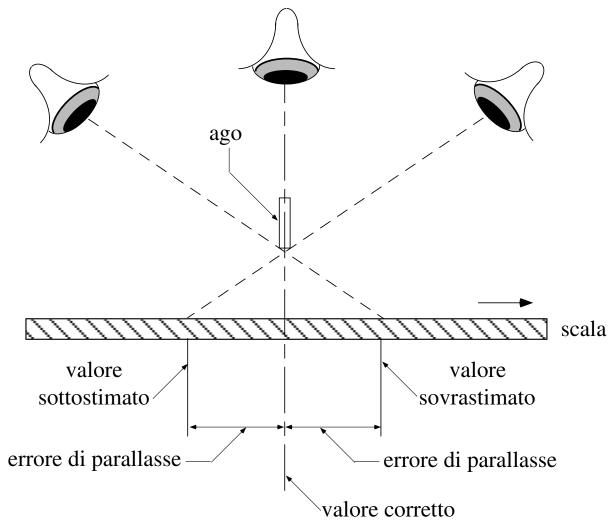

Figura 4.3: Errore di parallasse. La figura mostra la diversa lettura che si ottiene osservando la scala dello strumento da angolazioni diverse. Gli strumenti di precisione hanno una porzione della scala riflettente allo scopo di minimizzare tale effetto.

del moto). Mentre il raggio luminoso, attraversando il tubo del telescopio (figura 4.2), si avvicina all'oculare di $\Delta y = c\,t$ la Terra si è spostata di $\Delta x = v_T\,t$. Quindi $\Delta x/\Delta y = v_T/c$ è pari alla tangente dell'angolo α rispetto alla normale con il quale ci sembra di vedere la stella: *stesso effetto delle tracce di pioggia che vediamo scorrere obliquamente sui finestrini per effetto della velocità dell'auto* (e/o per effetto del vento). Essendo $\alpha \ll 1$ e quindi $\alpha \approx \tan\alpha$, otteniamo (usando il valore approssimato di v_T di 30 km/s)

$$\begin{aligned} \alpha \approx \tan\alpha &= \frac{v_T}{c} && (4.1)\\ &= \frac{30\,\text{km/s}}{300000\,\text{km/s}} && (4.2)\\ &= 10^{-4}\,\text{rad} && (4.3)\\ &= 0.0058^\circ && (4.4)\\ &= 0.344' && (4.5)\\ &= 20.6''\,. && (4.6) \end{aligned}$$

4.2.2 Intermezzo: parallasse

Come detto, le osservazioni di Bradley sull'aberrazione della luce erano una chiara evidenza del movimento della Terra rispetto alle stelle fisse. Un'altra evidenza del 'vagare' della Terra, in un certo senso analogo, è quello dovuto al *parallasse* ovvero il fatto che le stelle più vicine alla Terra, appaiono i punti diverso sullo sfondo delle stelle fisse a seconda della posizione della Terra nel sistema solare:

- effetto simile a quello del dito che sembra spostarsi rispetto allo sfondo a seconda dell'occhio con il quale lo guardiamo;

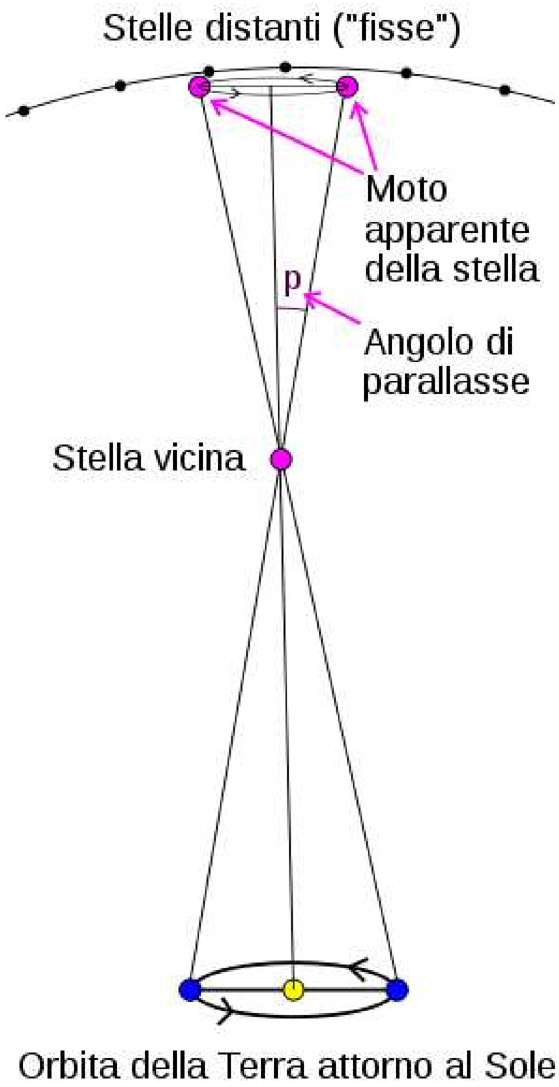

Figura 4.4: Angolo di parallasse (`http://it.wikipedia.org/wiki/Parallasse` e `http://it.wikipedia.org/wiki/Parsec`).

- analogo all'errore di parallasse che si commette nella lettura di strumenti analogici con lancette se non guardiamo la lancetta perpendicolarmente al piano del quadrante (vedi figura 4.3)

Parsec

Come esercizio calcoliamoci la distanza alla quale deve essere una stella affinché l'angolo di parallasse sia uguale a un secondo di arco (4.4). Tale distanza è importante in astronomia ed è conosciuta con il nome di *parsec* (simbolo 'pc').

Innanzitutto, trasformiamo tale angolo in radianti:

$$\alpha = 1'' \;=\; \frac{1}{60 \times 60}\,\text{gradi} = 2.78 \times 10^{-4}\,\text{gradi} = 4.85 \times 10^{-6}\,\text{rad}\,.$$

Per definizione di un parsec,

$$\alpha \approx \tan\alpha \;=\; \frac{1\,\text{U.A.}}{1\,\text{pc}}\,, \tag{4.7}$$

da cui

$$\begin{aligned} 1\,\text{pc} &= \frac{1\,\text{U.A.}}{4.85 \times 10^{-6}\,\text{rad}} && (4.8)\\ &= 206000\,\text{U.A.} && (4.9)\\ &= 3.1 \times 10^{13}\,\text{km} = 3.1 \times 10^{16}\,\text{m}\,, && (4.10) \end{aligned}$$

distanza talmente grande che è più facilmente percepibile se espressa nel tempo che impiega la luce a percorrerla

$$\begin{aligned} t_{1\,pc} &= \frac{3.1 \times 10^{13}\,\text{km}}{300000\,\text{km/s}} = 103 \times 10^{6}\,\text{s} && (4.11)\\ &\approx 103 \times 10^{6}\,\text{s} \times (1/\pi \times 10^{-7}\text{anni/s}) && (4.12)\\ &\approx 3.3\,\text{anni}\,, && (4.13) \end{aligned}$$

ove abbiamo usato il trucco usato dagli astronomi per memorizzare l'anno in secondi approssimandoneil valore a $\pi \times 10^7$ s. In conclusione, un parsec è uguale a circa 3.3 anni luce e per avere un'idea di *quanto siamo piccoli*, si pensi che la nostra Galassia ("Via Lattea") ha un diametro intorno a 31-37 mila parsec (100-120 mila anni luce), ed è solo una delle tante galassie!

4.2.3 Prime misura terrestre della velocità della luce (Fizeau, 1849; Foucault, 1850)

Eseguito su una base di 8633 m, ovvero 17266 m andata e ritorno, mediante la tecnica della ruota dentata (figura 4.5).[2] Un raggio di luce passa attraverso una fessura, viene riflesso da uno specchio e torna indietro (ignoriamo il dettaglio di produzione della luce e dello specchio semiriflettente posto vicino alla sorgente per poter osservare il raggio riflesso).

- se la ruota sta ferma si vede il raggio riflesso in quanto passa sulla stessa fessura di andata;
- ancora valido se la velocità di rotazione della ruota è bassa;

[2]Per ulteriori dettagli vedi `http://www.setterfield.org/000docs/cx3.html`.

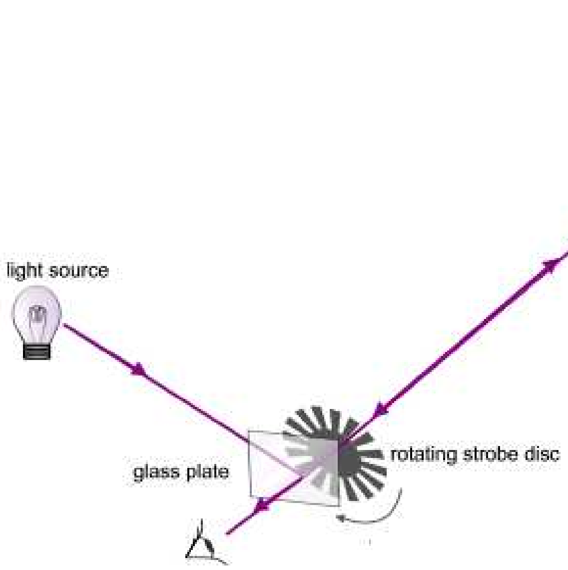

Figura 4.5: Esperimento di Fizeau per la determinazione della velocità della luce (schema concettuale da `http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Speed_of_light_%28Fizeau%29.PNG` – sicuramente non usava moderne lampadine ad incandescenza). Lo specchio semiriflettente è un espediente per avere sorgente e occhio dell'osservatore allineati lungo la direzione di propagazione della luce.

- aumentando la velocità di rotazione, il raggio di ritorno urta sulla parte piena della ruota e non si vede niente;
- aumentando ancora la velocità di rotazione, il raggio riappare in quanto passa nella fenditura successiva rispetto a quella che aveva attraversato all'andata.
- aumentando ancora la velocità di rotazione urta di nuovo, e così via.

Dalla velocità di rotazione della ruota e dalle sue caratteristiche è così possibile determinare la velocità della luce.

Come esercizio facciamo dei conti che ci fanno capire la difficoltà dell'esperimento (e la genialità dell'ideatore). Tempo di andata e ritorno della luce (in base alle nostre conoscenze attuali):

$$\Delta t = \frac{17.3\,\mathrm{km}}{300000\,\mathrm{km/s}} = 5.8\times 10^{-5}\mathrm{s} = 58\,\mu\mathrm{s} \approx \frac{1}{17000}\,\mathrm{s} \qquad (4.14)$$

Se *immaginiamo* 100 fessure equidistanziate e molto strette rispetto alla distanza che le separa,[3] indicando con T il periodo di rotazione della ruota otteniamo

$$\Delta T = \frac{T}{100}\,, \qquad (4.15)$$

[3]Nel caso in cui, invece, si ipotizi una separazione pari alla larghezza delle fenditure si ottiene una frequenza di rotazione metà di quella ottenuta con questa ipotesi.

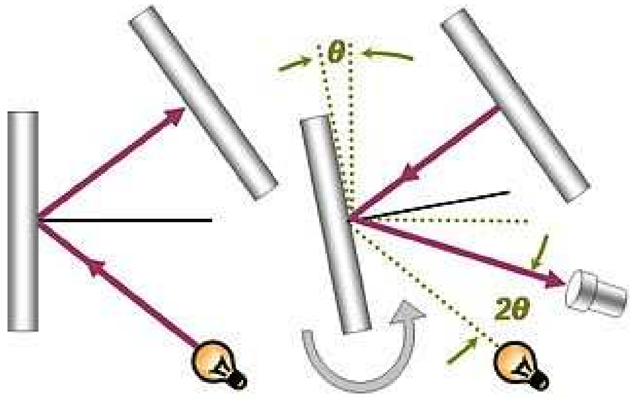

Figura 4.6: Esperimento di Foucault per la determinazione della velocità della luce (`http://en.wikipedia.org/wiki/Fizeau-Foucault_apparatus`).

da cui $T = 5.8\,\mathrm{ms}$, ovvero una frequenza di rotazione

$$\nu = \frac{1}{T} = 172\,\text{giri/s} \approx 10000\,\text{giri/min}. \tag{4.16}$$

(In realtà la *ruota* non aveva 100 fessure, bensì 720 *denti* e il primo massimo di intensità di luce si otteneva ad una velocità di rotazione di 25.2 giri/s, ovvero circa 1500 giri/min – vedi `http://www.setterfield.org/000docs/cx3.html` per i dettagli.)

Una variante dell'esperimento fu dovuta a Foucault il quale usò uno specchio ruotante al posto di specchio semiriflettente e ruota dentata (figura 4.6). Il raggio luminoso incide sullo specchio ruotante (a sinistra in figura), è riflesso e raggiunge lo specchio fisso distante d dal quale è nuovamente riflesso e torna indietro percorrendo a ritroso il percorso di andata. Ma durante il tempo di andata e ritorno di $\Delta t = 2\,d/c$, lo specchio ha ruotato di una frazione di angolo giro data dal rapporto fra il ritardo temporale e il periodo di rotazione dello specchio, ovvero

$$\theta = \frac{2\,d/c}{T} \times 360^\circ. \tag{4.17}$$

Ne segue che, se chiamiamo α l'angolo di incidenza iniziale (rispetto alla normale dello specchio ruotante), al ritorno la normale avrà ruotato di θ e quindi il nuovo angolo di incidenza sarà $\alpha' = \alpha - \theta$, pari all'angolo di riflessione verso il rivelatore, sempre rispetto alla normale allo specchio. Ma, siccome al ritorno l'angolo fra raggio incidente iniziale (dalla sorgente) e normale vale $\alpha + \theta$, mentre quello verso la sorgente vale $\alpha - \theta$, l'angolo fra il raggio luminoso che parte dalla sorgente e quello che arriva al rivelatore sarà pari a

$$\varphi = \alpha + \theta - (\alpha - \theta) = 2\,\theta. \tag{4.18}$$

Foucault, operando con una distanza fra gli specchi di circa 35 km (il che pone altri problemi pratici, sui quali non stiamo a investigare) ottenne nel 1862 una velocità della luce di 298,000 km/s,[4] molto prossima (scarto di appeno lo 0.7%) rispetto al valore oggi considerato *esatto*.[5]

[4] `http://en.wikipedia.org/wiki/Fizeau-Foucault_apparatus` e `en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_light`

[5] Ricordiamo che attualmente *la velocità della luce vale esattamente* **299792.458 km/s** (300000 km/s per praticamente tutte le applicazioni pratiche) ed è *il metro ad essere definito* su di essa *come la distanza percorsa dalla luce* (e