14.4

Studio della curva E_p (in paricolare, caso della molla). Caso unidimensionale (x è la generica variabile e non rappresenta necessariamente la coordinata spaziale 'x'): $F = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$. Grafici per potenziali mgz, $1/2\,kx^2$ e $-GMm/r$. Punti di **equilibrio** (forza si annulla, ovvero $\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$ si annulla): stabile, instabile o indifferente, a seconda del verso della forza quando ci si sposta dalla posizione di equilibrio. Equilibrio stabile o instabile: minimo o massimo (locali) di $\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}x$; derivata seconda positiva o negativa.
Analogia montagne russe.

14.5

Forze non conservative e trasformazione in calore dell'energia meccanica: esempi, incluso esperimento storico del mulinello di Joule (Inizio $E_c = 0$, $E_p = mgh$; fine: $E_c \approx 0$, $E_p = 0 \rightarrow$ l'acqua del mulinello si è scaldata ed, in particolare, l'incremento di temperatura è proporzionale al lavoro meccanico eseguito:

$$\Delta T \quad \propto \quad L\,. \tag{284}$$

[Nota: potremmo usare tale esperimento per definire il grado, ad es. come "differenza di temperatura in un kg di acqua quando questa viene scaldata con 1 Joule di energia", o qualcosa del genere, ma storicamente le cose sono andate diversamente.).]

14.6

Temperatura e **calore**: dal livello percezionale/intuitivo alle definizioni operative. Cominciamo con la temperatura:

- Il concetto fisico di temperatura è un raffinamento della nostra percezione sensoriale del caldo e del freddo.
- Le percezioni possono essere ingannevoli, in quanto noi siamo sensibili alla rapidità con cui assorbiamo o emettiamo calore attraverso la pelle: oggetti (verificabili strumentalmente) alla stessa temperatura ci appaiono più o meno caldi a seconda di quanto trasmettono il calore (es metalli o marmo rispetto a legno, plastica o polistirolo; gli oggetti metallici ci sembrano freddi degli altri quando sono a temperatura inferiore alla nostra temperatura

corporea, ma a temperatura superiore ci sembrano più caldi, vedi es. in sauna). Famoso è il 'chilly factor' che dà la temperatura ambiente 'percepita' e che dipende da umidità e velocità del vento.

- I termometri sono basati sull'osservazione che alcuni corpi cambiano qualche loro proprietà al variare della temperatura, ad esempio i metalli variano le loro dimensioni, componenti elettrici possono cambiare corrente o tensione, etc. Il caso più famoso è quello del mercurio, che ha una forte espansione termica.

- Per definire la scala termometrica è importante avere dei riferimenti. Si potrebbe usare un termometro di riferimento (in analogia al campione di kg), ma la scala oltre che arbitraria (e in principio non ci sarebbe niente di male) è difficilmente riproducibile.
  Osservazione della stabilità della temperatura in coincidenza con i cambiamenti di fase (ghiaccio $\rightarrow$ acqua; ebollizione). Il caso dell'acqua è particolarmente comodo in quando le temperature di interesse sono tipiche dell'esperienza quotidiana. Scala centigrada (quella usuale). Assunzione di linearità dell'innalzamento della colonnina di mercurio; cenno ai problemi per estendere la scala termometrica a basse ($\ll 0^o\,$C) o alte ($\gg 100\,^o$C) temperature. (Per ora, per quello che ci interessa, assumiamo l'esistenza di termometri opportunamente tarati).

- Alla base delle misure termometriche e degli scambi di calore c'è il **principio zero della termodinamica**: due corpi messi a contatto raggiungono la stessa temperatura (si termalizzano).

- Per misurare la temperatura di un corpo dobbiamo mettere in contatto con esso il termometro ed attendere lo stabilizzarsi della temperatura (tipicamente, se il corpo è 'grande' il termometro raggiungerà la temperatura del corpo, ma in generale termometro e corpo raggiungeranno una temperatura comune di equilibrio – vedi nel seguito).

- Proprietà transitiva: se il termometro in equilibrio prima con A e poi con B e all'equilibrio misuriamo lo stesso valore di temperatura, diremo che A e B sono alla stessa temperatura (e quindi in equibrio termico), anche se alle nostre sensazioni uno dei due sembra più freddo dell'altro.

Passiamo adesso al calore, cominciando, anche in questo caso, con osservazioni vaghe.

- Originariamnte il concetto di calore è legato a quello di sorgente di calore, tipicamente fuoco o raggi solari.

- Questa entità, ancora da definire operativamente, è quella che scalda i corpi, ovvero provoca variazioni di temperatura.

- è un dato di fatto che esistono sorgenti di calore più o meno 'potenti' (nel senso colloquiale del termine, per ora), ovvero capaci di scaldare più o meno rapidamente i corpi (ovvero di 'fornire più o meno calore nell'unità di tempo').

- A parità di sorgente di calore, l'innalzamento di temperatura dipende dal tempo di funzionamento (a parte quando la temperatura è in corrispondenza delle transizioni di fase, ma questa è un'altra storia).

- La stessa sorgente di calore, tenuta in funzione lo stesso tempo (ovvero avendo fornito la stessa quantità di calore), scalda diversamente sostanze diverse e , a parità di sostanza, scalda diversamente diverse quantità di quella sostanza (es. pentolino o pentolone d'acqua su fornello domestico):

$$\Delta T \propto Q \tag{285}$$

$$\Delta T \propto \frac{Q}{M} \tag{286}$$

$$\Delta T = \frac{Q}{c\,M}\,, \tag{287}$$

ove M è la massa del corpo, Q è la quantità di calore e c, legato al coefficiente di proporzionalità della (286), è il *calore specifico*, una proprietà del corpo che dipende anche dalla temperatura, e quindi andrebbe scritto come $c(T)$ e quindi la (287) andrebbe riscritta come

$$\mathrm{d}T = \frac{\mathrm{d}Q}{c(T)\,M}\,. \tag{288}$$

- Scrivedo il fattore di proporzionalità della (285) come $1/C$, definiamo la *capacità termica* C come

$$C = \frac{Q}{\Delta T}\,: \tag{289}$$

minore è lo sbalzo termico ΔT a parità di calore assorbito, maggiore è la capacità termica del corpo. Analogia di capacità volumetriche assumendo recipienti circolare di diversa sezione: il recipiente più capiente è quello in cui il livello del liquido si innanza di meno a parità di liquido introdotto. Ovviamente $C = c\,M$ e $c = C/M$ ("calore specifico: capacità per unità di massa").

- Definizione della *caloria* (cal): "quantità di calore per innalzare la temperatura di 1 g di acqua di un grado intorno a 15 ^{o}C" (ovvero da 14.5 ^{o}C a 15.5 ^{o}C). *Caloria* (kcal = 1000 cal): idem per 1 kg di acqua. Nota: il valore di riferimento per definire la caloria è dovuto al fatto che c dipende dalla temperatura (piccola dipendenza, trascurabile per molte applicazioni pratiche e per i problemi didattici).

- Notiamo dalla (287) come tale definizione di caloria implica anche aver assunto unitario il calore specifico dell'acqua intorno a 15 ^{o}C, infatti

$$1\,^o\mathrm{C} \;=\; \frac{1\,\mathrm{cal}}{c_{H_2O}(15^o\mathrm{C})\,1\,\mathrm{g}} \tag{290}$$

  implica $c_{H_2O}(15^o\mathrm{C}) = 1\,\mathrm{cal}/(\mathrm{g}\,^o\mathrm{C}) = 1\,\mathrm{kcal}/(\mathrm{kg}\,^o\mathrm{C})$.
  Si noti come la capacità termica è misurata in cal/^{o}C.

14.7

Scambio termico fra corpi (che formano un sistema termicamente isolato) a temperature iniziali diverse che raggiungono l'equilibrio termico (es. due liquidi non reagenti miscelati in un thermos). Siano M_1, c_1 e T_1 massa, calore specifico e temperatura iniziale del primo corpo; M_2, c_2 e T_2, idem per il secondo.

- Principio zero della termodinamica: i due corpi raggiungeranno una temperatura di equilibrio T_e.

- In assenza di sorgenti termiche, se un corpo si scalda, assorbendo calore. vuol dire che l'altro lo ha ceduto:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= 0 && (291)\\ C_1\Delta T_1 + C_2\Delta T_2 &= 0 && (292)\\ c_1M_1\Delta T_1 + c_2M_2\Delta T_2 &= 0 && (293)\\ c_1M_1(T_e - T_1) + c_2M_2(T_e - T_2) &= 0\,, && (294) \end{aligned}$$

da cui

$$T_e = \frac{c_1 M_1 T_1 + c_2 M_2 T_2}{c_1 M_1 + c_2 M_2} \tag{295}$$

$$= \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}\,. \tag{296}$$

La temperatura di equilibrio è pari alla media delle temperature iniziali pesate con le capacità termiche (e ovviamente la formula si può estendere all'equilibrio simultaneo fra n corpi, sempre non reagenti chimicamente). Esempi: corpo in mare; normale termometro a mercurio che 'misura' la temperatura di una goccia di acqua.

Un caso di interesse sia didattico che pratico è quando un recipiente entra nello scambio termico (ad esempio si aggiunge acqua calda ad acqua fredda contenuta in una tazza). Indicando con Q_0 la quantità di calore scambiata dal recipiente, inizialmente alla temperatura T_1, abbiamo:

$$Q_0 + Q_1 + Q_2 = 0 \tag{297}$$

$$C_0 \Delta T_1 + C_1 \Delta T_1 + C_2 \Delta T_2 = 0 \tag{298}$$

$$(C_0 + C_1)\,(T_e - T_1) + C_2(T_e - T_2) = 0\,, \tag{299}$$

da cui

$$T_e = \frac{(C_0 + C_1)T_1 + C_2 T_2}{(C_0 + C_1) + C_2} = \frac{(C_0 + C_1)T_1 + C_2 T_2}{C_0 + C_1 + C_2}\,. \tag{300}$$

In sostanza, per tornare al nostro esempio, tazza ed acqua alla stessa temperatura iniziale si comportano come un unico corpo che ha capacità termica pari alla somma delle due capacità termiche. A volte si parla di 'equivalente in acqua' di un recipiente, ovvero si considera una massa di acqua di capacità termica pare alla capacità termica del recipiente.

14.8

Problemi

1. Calcolare, con le regole di approssimazione: $1/0.997$, 1.005^2, 5.010^2 (si riduca prima alla forma $[\alpha\,(1+\epsilon)]^2$, $1/\sqrt(1.04)$.

2. Si hanno 50 litri di acqua a 80 gradi. Quant'acqua fredda (15 gradi) bisogna aggiungere per ottenere una temperatura di equilibrio di 35 ^{o}C?

3. 100 g di alluminio (calore scpecifico circa 1/5 di quello dell'acqua) a 80 gradi sono immersi in 200 g di acqua a 20 gradi: trovare temperatura di equilibrio.

4. Un oggetto di 100 g è estratto dall'acqua in ebollizione e raffreddato in 200 g di acqua inizialmente a 20 gradi. Sapendo che la temperatura di equilibrio dell'oggetto e dell'acqua è 24.5 gradi, calcolare il calore specifico dell'oggetto sia in cal/g ^{o}C che in J/kg ^{o}C.

5. Una caraffa contiene un litro di acqua a 20 ^{o}C. Successivamente vengono aggiunti 100 cm^3 di acqua a 100 ^{o}C. Sapendo che inizialmente caraffa e acqua erano in equilibrio termico e che la temperatura finale di equilibrio è pari a 25 ^{o}C, calcolare la capacità termica della caraffa (si trascurino gli scambi termici con l'ambiente). Esprimere inoltre la capacità termica della caraffa in 'equivalente in acqua' del recipiente.

15 Venerdi 4/5, 16:00–18:00

15.1

Le relazioni (284) e (285) sono fondamentali per arrivare ad un concetto generale di energia. L e Q producono, a parità di sostanza e di massa, la stessa variazione di temperatura.

Torniamo all'esperimento di Joule: quanto scalda un Joule di lavoro? Empiricamente, $1\,\mathrm{J} = 1/4.184\,\mathrm{cal}$, ovvero $1\,\mathrm{cal} = 4.184\,\mathrm{J}$, o $1\,\mathrm{kcal} = 4.184\,\mathrm{kJ}$,
Esempio: mulinello di Joule contenente 100 g di acqua a 20 ^{o}C, attivato da un peso da 50 kg che scende di 10 m. Lavoro compiuto dalla forza peso: $mgh = 4900\,\mathrm{J}$ $\rightarrow 1171\,\mathrm{cal} \rightarrow \Delta T = 11.7\,^o\mathrm{C}$, ovvero temperatura finale di 31.7 ^{o}C.

15.2

Conservazione dell'energia, caso generale. Se solo forze conservative si conserva energia meccanica (cinetica + potenziale). Altrimenti l'energia meccanica che sparisce si trasforma in energia termica: $\rightarrow$ l'energia dell'acqua dell'esempio precedente è aumentata di 4900 J: quantità di calore $\Leftrightarrow$ variazione di energia interna del sistema [questa osservazion è valida per corpi che (praticamente) non si espandono con la temperatura e rappresenta un primo passo verso il 'primo principio della termodinamica']. Più complicato è, invece, stabilire il valore dell'energia assoluta dell'acqua!

15.3

Come è noto, ci sono altre forme di energia, la più famosa delle quali è quella elettrica, ottenuta tipicamente convertendo energia meccanica attraverso opportune turbine ('grosse dinamo'). È anche noto che l'energia elettrica può essere convertita in calore, ad es. nelle stufette elettriche. Anche senza conoscere i dettagli di come l'energia è prodotta, dobbiamo essere in grado di confrontare diverse quantità di energia e saperne calcolare gli effetti termici.
Prima di fare delle applicazioni, introduciamo il concetto di **potenza**, anch'esso un ben preciso concetto fisico mutuato dall'analogo concetto intuitivo: persona/macchina/processo più potente di un altro se riesce a fare più 'lavoro' a parità di tempo. Potenza: $P = L/\Delta t \rightarrow \mathrm{d}L/\mathrm{d}t$: Watt(W): J/s.
Esempio: 1 kg cade da 1 m. Lavoro compiuto dalla forza di gravità: 9.8 J. Se il processo si ripete una volta al secondo (ad esempio da un rubinetto esce un litro di acqua al secondo) $P = L/\Delta t = 9.8\,\mathrm{J}/1\,\mathrm{s} = 9.8\,\mathrm{W}$: questa potenza può essere convertita (eventualmente con qualche perdita dovuta al processo di trasformazione) in potenza elettrica.
Esempio: potenza di una centrale idroelettrica:

$$P = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(mgh)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\, gh\,, \tag{301}$$

ove $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t$ è pari al flusso di acqua (in massa, ovvero in kg/s).
Esempio numerico con dati reali (centrale ENEL della diga sul Tevere di Castel Giubileo, 29/4/05, ore 9:30):

- volume di acqua convogliata alle turbine: 180 m^3/s;
- dislivello: 7 m;
- potenza elettrica generata: 12 MW

dai quali ricaviamo $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = 180000\,\mathrm{kg/s}$, da cui $P = 1.80\,10^3\,\mathrm{kg/s} \times 9.8\,\mathrm{m/s^2} \times 7\,\mathrm{m} = 1.2\,10^7\,\mathrm{W} = 12\,\mathrm{MW}$, in accordo con il dato avuto dalla centrale (vuol dire che, a parte arrotondamenti e approssimazioni, l'efficienza di conversione da

potenza meccanica a potenza termica è molto elevato[8]).
Esempio: Uno scaldabagno della potenza di 1000 W funziona per 10 minuti: calcolare la quantità di calore assorbita dall'acqua. $E = P\,\Delta t = 1000\,\mathrm{W} \times 600\,\mathrm{s} = 600000\,\mathrm{J}$, $\rightarrow$ 143 kcal, le quali possono scaldare 70 litri di acqua di circa due gradi.

15.4

Potenza, forza e velocità:

$$P = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} \;=\; \vec{F}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}\cdot\vec{v}\,. \tag{302}$$

Esempio: auto che avanza a 40 km/h costanti impiegando una potenza di 5 kw: calcolare forza del motore e coefficiente β della forza di resistenza dell'aria (assunta dipendere linearmente dalla velocità). Chiamando F_a quella che spinge l'auto e F_R la forze di resistenza del mezzo:

$$\begin{aligned}
v = cost \;&\Rightarrow\; a = 0 \;\Rightarrow\; F_{tot} = 0 && (303)\\
&\Rightarrow\; F_a + F_R = 0 && (304)\\
F_a &= \beta v && (305)\\
P &= \beta v^2 && (306)\\
\beta &= \frac{P}{v^2} = 40.5\,\frac{\mathrm{N}}{(\mathrm{m/s})} = 40.5\ (\mathrm{kg/s}) && (307)\\
F_a &= 450\,\mathrm{N}\ \ (\approx 45\,\mathrm{kg}_p) && (308)
\end{aligned}$$

Dalla (306) impariamo come la potenza necessaria per raggiungere una verta velocità va come il quadrato della velocità (finché la resistenza del mezzo cresce linearmente con la velocità, ma questo è vero solo a basse velocità: ad alte velocità la resistenza cresce rapidamente al variare della velocità ed è noto che per aumentare di poco la velocità massima bisogna aumentare di molto la potenza, oltre che cercare di ridurre β, legata al famoso 'Cx' delle auto).
Breve discussione sul significato del grafici delle riviste di auto/moto (vedi Quattroruote) che riportano potenza e 'coppia' in funzione del 'numero di giri' (rpm): se la coppia è costante, essendo la coppia legata alla forza che spinge la macchina, la potenza cresce linearmente con il 'numero di giri'.

[8]In realtà, ho scoperto successivamente che chi mi aveva fornito queste informazioni mi aveva 'imbrogliato', in quanto il flusso non è misurato direttamente, ma ottenuto da da dislivello e potenza elettrica. È comunque vero che le centrali idroelettriche hanno efficienze elevatissime.

La (302) ci offre un altro modo per spiegare la ragione per la quale quando, istante per istante, la forza è ortogonale alla velocità, allora la forza non compie lavoro:

$$\vec{F} \perp \vec{v} \;\Rightarrow\; P = 0 \;\Rightarrow\; L = 0\,. \tag{309}$$

15.5

Alcune unità di misura di energia e di potenza e applicazioni tipiche nella vita quotidiana (auto, caldaie, condizionatori, etc.).

Energia	
Unità	Conversione
cal 1	1 cal = 4.184 Joule
(kcal	1 kcal = 1000 cal = 4184 Joule)
kwh	1 kwh = 1 kw × 1 h = $3.6\,10^6$ Joule
Btu	1 Btu = 1055 Joule
eV $^{(*)}$	1 eV = $q_e \times 1\,$V= $1.6\,10^{-19}$ Joule
Potenza	
Unità	Conversione
HP (CV)	1 HP = 736 Watt
kcal/h	1 kcal/h = 1.16 Watt
Btu/h	1 Btu/h = 0.293 Watt

$^{(*)}$ 'Elettronvolt' (Il Volt sarà visto nel seguito)

Esempio: quanto vale la potenza termica dissipata da una persona? Assumiamo che 'bruci' 2000 kcal/giorno, calcoliamo la potenza media nell'arco della giornata (si presti attenzione, nella formula che segue alle unità di misura dei fattori di conversione!):

$$P \;=\; \frac{2000\,\mathrm{kcal} \times 10^3\,\mathrm{cal/kcal} \times 4.184\,\mathrm{J/cal}}{24\,\mathrm{h} \times 3600\,\mathrm{s/h}} = 97\,\mathrm{W}\,. \tag{310}$$

Ovviamente essa è diversa nelle diverse ore del giorno (quando si dorme si consuma poco, quando si corre moltissimo). Come ordine di grandezza, possiamo prendere 200 W/persona in stato di normale attenzione.

Problemini associati: quanto scaldano 200 persone in un cinema? (dipende se il film è noioso o se è un thriller!). Se l'ambiente è molto piccolo (la dissipazione naturale è bassa, nei cinema moderni capita!), quanto deve essere potente l'impianto di condizionamento (misurato in Btu/h)?