

Perché il pendolo di un metro oscilla in un secondo?



Paolo Agnoli, Giulio D'Agostini

Riassunto. Prendendo spunto dalla domanda formulata nel titolo, ripercorriamo brevemente la storia delle unità di misura di lunghezza, soffermandoci in particolare sugli eventi che durante la Rivoluzione Francese portarono alla nascita del Sistema Metrico Decimale. Scopriamo così che il nostro metro è praticamente lungo quanto il *pendolo che batte il secondo*, a lungo ritenuto il miglior candidato per uno standard naturale di lunghezza e che un italiano, ignoto al grande pubblico, nel 1675 aveva chiamato *metro cattolico*. Argomentiamo quindi sulle ragioni che nel 1791 indussero gli accademici francesi a preferire il meridiano – e più precisamente il decimilionesimo del suo quarto – al pendolo e sul rifiuto degli americani dell'epoca ad accettare lo standard che i francesi pretendevano essere universale.

Abstract. Starting from the question put out in the title, we make a brief history of the units of length, focusing in particular on the events that, during the French Revolution, led to the birth of the Decimal Metric System. We find out that our meter is virtually as long as the *pendulum that beats the second*, for a long time considered the best candidate for a natural standard of length and that an Italian figure, unknown to the general public, in 1675 had named *catholic meter*. We then argue on the reasons that in 1791 induced the French academicians to prefer the meridian – and more precisely the ten millionth part of his fourth – to the pendulum and on the early refusal of the Americans to accept the standard that the French scientists claimed to be universal.

Paolo Agnoli, Elecom s.c.s.i, paolo.agnoli@fastwebnet.it

Giulio D'Agostini, Università La Sapienza, Roma, giulio.dagostini@roma1.infn.it

1. Introduzione

Il calcolo del periodo di oscillazione di un pendolo semplice è uno dei classici esercizi di fisica elementare che tutti noi abbiamo incontrato tante volte, sia come studenti che come docenti. Eppure, se si chiede a qualcuno, fosse anche ad un insegnante di fisica di lunga esperienza, se ha mai notato che un pendolo di un metro oscilla in un secondo, la risposta è generalmente di genuina sorpresa - “To’, è vero. Che strano!”.

È esattamente quanto accadde ad uno di noi, un paio di anni fa, quando l'altro gli fece tale domanda. Da allora ci siamo divertiti a porre il quesito ad amici e colleghi, con risultati che dopo un po' diventavano scontati. Al più ci è capitato qualcuno che aveva notato che il semiperiodo del pendolo di un metro vale circa un secondo – più precisamente 1,0035 s per un valore standard dell'accelerazione di gravità g di $9,80 \text{ m/s}^2$ – e che aveva eventualmente imputato la coincidenza al fatto che la radice quadrata di g espressa in m/s^2 è circa uguale a pi greco. Ma nessuno a cui sorgesse il dubbio che tale coincidenza potesse avere una qualche origine storica, ovvero fosse dovuta al fatto che chi aveva scelto la lunghezza del metro avesse in qualche modo in mente un pendolo che oscilla in un secondo.

Sappiamo bene che curiose coincidenze numeriche possono accadere per puro caso e non siamo certo di quelli che si mettono a confrontare le dimensioni delle piramidi d'Egitto con le costanti fondamentali della fisica. Ma questo fatto ci sembrava intrigante.

Al fine di capire quanto fosse fondato il nostro dubbio di un metro inizialmente derivato dal secondo abbiamo investigato sul processo che portò al Sistema Metrico Decimale. Abbiamo così imparato una interessante storia circolare di un'unità di lunghezza che comincia e termina con il secondo.

Inizialmente la si voleva legare al secondo tramite l'accelerazione di gravità, proprio mediante il pendolo. Ora, come è ben noto, essa è legata al secondo tramite la velocità della luce. Nei secoli intercorsi tra quando si pensava fosse opportuno ancorare l'unità di lunghezza a quella di tempo e quando è stato finalmente così sancito dai metrologi c'è stato un lungo periodo caratterizzato da tentativi di definire un'unità di lunghezza che non dipendesse da altre grandezze fisiche. È quanto cercheremo di raccontare in questo articolo.

Nel paragrafo 2 passeremo in rassegna le definizioni del metro dal 1791 ai giorni nostri. Nel paragrafo 3 faremo una brevissima storia delle unità di lunghezza, per comprendere il desiderio di scienziati e governanti di avere

unità naturali. Nel paragrafo successivo vedremo quali erano i candidati a tale ruolo. La concitata vicenda che nel giro di un anno portò a decretare prima la vittoria di uno dei contendenti e successivamente dell'altro è riassunta nel paragrafo 5. Le operazioni per determinare, conservare e diffondere la lunghezza del nuovo standard sono descritte nel paragrafo 6. L'epilogo della storia è descritto nel paragrafo 7. Seguono infine le nostre considerazioni sulla scelta del metro e sulle conseguenze che ne derivarono.

Per quanto riguarda la bibliografia, ci limitiamo a quella che riteniamo essenziale per chi vuole approfondire l'argomento. Alcuni dettagli tecnici ed una estesa bibliografia si trovano nel nostro lavoro *Why does the meter beat the second?*, sul quale questo articolo è basato.

2. Due secoli di definizioni del metro

Attualmente l'unità di lunghezza nel Sistema Internazionale è un'unità derivata, legata all'unità di tempo e alla velocità della luce nel vuoto, assunta costante – uno degli assiomi della relatività ristretta – e del valore esatto di 299792458 m/s, del quale i famosi trecentomila chilometri al secondo sono un'ottima approssimazione. In altre parole, un metro è pari alla distanza percorsa dalla luce nel vuoto in $1/299792458$ secondi, ovvero in circa 3,3 nanosecondi. A sua volta l'unità di tempo è legata ad una ben precisa onda elettromagnetica, essendo pari a 9192631770 periodi di oscillazione della radiazione emessa o assorbita nella transizione fra due livelli iperfini dell'atomo di cesio 133 ($F = 4, M = 0$ e $F = 3, M = 0$ dello stato fondamentale $^2S_{1/2}$).

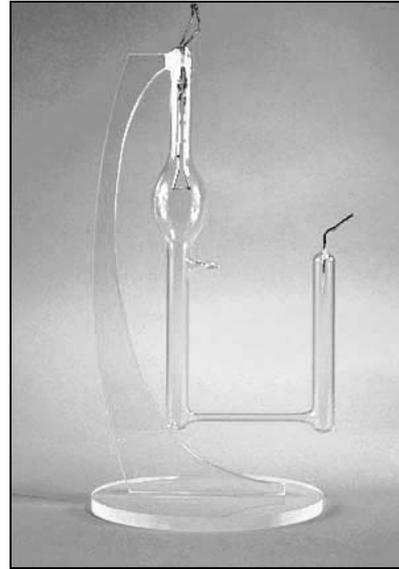
I fattori di proporzionalità che legano metro e secondo convenzionali a grandezze fisiche invarianti e quindi esattamente riproducibili (a parte questioni strumentali, concettualmente secondarie) sono stati scelti al fine di rendere i loro valori compatibili con quelli delle vecchie, omonime unità del Sistema Metrico. In tale sistema il *secondo* era definito come la *86400-ma parte del giorno solare medio*, mentre il *metro* era originariamente pari alla *decimillesima parte* della distanza fra polo ed equatore lungo la superficie terrestre, ovvero del *quarto di meridiano*.

La definizione del metro risale al 1791, in piena Rivoluzione Francese, e prima del 1983, anno in cui il metro fu finalmente legato alla velocità della luce e al secondo, essa era stata modificata già due volte, ad indicare come la scelta iniziale non fosse stata particolarmente felice. Già nel 1889 il metro venne ridefinito in base ad un particolare campione di platino costruito no-

vanta anni prima e gelosamente custodito a Parigi, il quale avrebbe dovuto riprodurre al meglio la decimilionesima parte del quarto di meridiano.

Più recentemente, nel 1960 l'unità di lunghezza era stata nuovamente rivista e questa volta posta in relazione, in modo simile al se-condo, a radiazioni elettromagnetiche emesse in transizioni atomiche. Più precisamente, il metro diventava pari a 1650763,73 lunghezze d'onda della linea di emissione rosso-aran-cio (ovvero quella fra i livelli $2p^{10}$ e $5d^5$) del kripton 86 nel vuoto.

Da questa prima analisi non si intravedono indizi tali da giustificare la ragione per la quale il metro debba oscillare in un secondo, ovvero, detto con una espressione da musicista, batta il secondo. Ci rimaneva però qualche sospetto sulla definizione originaria del metro. Perché fu basata sul meridiano e non sul raggio? (In geometria la grandezza che caratterizza una sfera è tradizionalmente il raggio e non la circonferenza massima – e, anche se assumiamo una forma ellissoidale della Terra, i parametri più appropriati avrebbero dovuto essere le lunghezze degli assi o, meglio ancora, dei semiassi). Inoltre, pur ammettendo che il meridiano sia stato ritenuto da chi lo scelse di qualche vantaggio estetico o pratico, perché poi prendere il suo quarto e non la sua interezza o la sua metà? Infine, quando fu scelto il meridiano, erano stati presi in considerazione altri candidati per tale importante funzione? E, nel caso affermativo, perché fu preferito il meridiano?



Lampada al kripton 86. La luce viene inviata ad un interferometro per misurarne la lunghezza d'onda



Cubito reale di 52,37 cm conservato al Museo Egizio di Torino. Esso era diviso in 28 parti, quanti sono i giorni in un mese solare.

3. Da unità di lunghezza antropiche a unità prese dalla natura

Come è facilmente comprensibile, le prime unità di lunghezza erano *legate all'uomo*. Esse potevano essere parti del *corpo umano*, come il piede, il braccio o il palmo. O potevano essere legate alle sue *azioni*, come 'un giorno di cammino' o 'un tiro di sasso', o alla sua *sensibilità percettiva*, come il curioso 'muggito di toro', ancora in uso in Lettonia mezzo secolo fa per indicare la distanza massima da cui tale suono è udibile. Certo, non ci volevano le menti sofisticate dei nostri metrologi per capire che piedi, braccia e palmi differivano da persona a persona. Ma tali differenze erano usualmente di scarsa rilevanza, data la limitata precisione richiesta in contesti sociali primitivi.

Con il passar del tempo l'approccio antropico – o antropomorfo, se ci limitiamo a dimensioni di parti del corpo umano – raggiunse un certo livello di astrazione e furono introdotte delle lunghezze di riferimento, senz'altro arbitrarie, ma uguali per tutti i membri di una certa comunità. Ovvero al 'mio braccio' e al 'tuo braccio', tanto per fare un esempio, subentrò *il braccio*.

Il primo campione antropomorfo di cui si ha traccia certa è il *cubito egiziano*, standardizzato intorno al 2600 a.C. in un pezzo di marmo di circa mezzo metro (*cubito reale* di circa 52,5 cm). Infatti il cubito corrispondeva alla lunghezza dell'avambraccio, misurata dalla punta del gomito a quella del dito medio a mano aperta (il cubito reale era, come dicono gli americani, 'king size'; il cubito ordinario era lungo circa 45 centimetri, più prossimo a come ci immaginiamo fossero gli egiziani).

Una delle unità di misura di questo genere che ha riscosso maggior successo in varie epoche e che è giunta fino a noi è senz'altro il *piede*. Eppure, il piede romano era sensibilmente diverso dall'odierno *foot* delle misure anglosassoni. Anzi, non siamo neppure certi della sua esatta lunghezza, anche se il valore accettato correntemente è di 29,6 centimetri, ovvero circa 9 millimetri meno del foot.

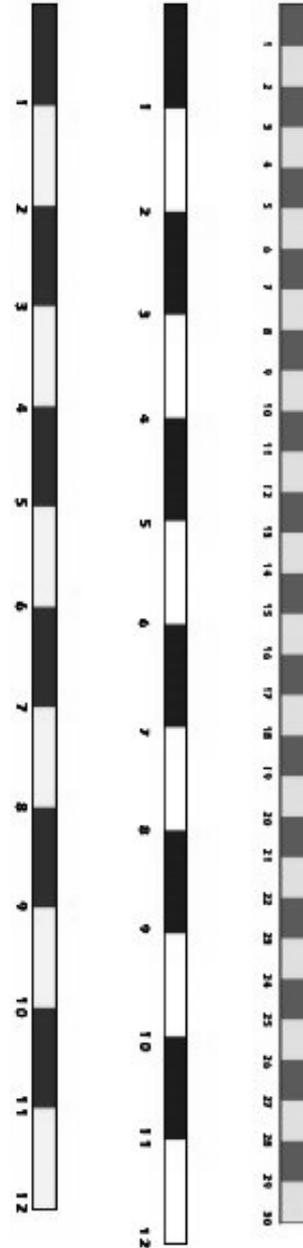
Nondimeno, i romani erano stati particolarmente attenti a diffondere e conservare il loro standard di lunghezza e, come ci ricorda Tito Livio Burattini, un personaggio che rincontreremo e presenteremo meglio nel seguito, "*acciò che la loro misura fusse eterna, la fecero scolpire in molti luoghi del loro vastissimo Dominio.*" "*Ma – continua Burattini – il tempo nemico acerrimo della perpetuità terrena in non molti secoli ha logorato tutti quei segni e marchi che con tanta diligenza dagli Antichi Romani erano stati impressi, e ha fatto riuscir vana la loro credenza.*"

Soltanto nel diciassettesimo secolo, e ancor più in quello successivo, si sen-

tà la necessità di stabilire degli standard nazionali e possibilmente internazionali. La ragione va ricercata sia nello sviluppo del metodo sperimentale e dei processi industriali che nell'intensificarsi degli scambi scientifici, tecnologici e commerciali. Infatti, la situazione metrologica era decisamente peggiorata rispetto a quella esistente ai tempi dei romani, quando il piede regnava sovrano ed era lo stesso in tutto il vasto impero. Invece, nell'epoca che stiamo considerando le unità di misura differivano non soltanto da nazione a nazione, ma addirittura da regione a regione e da città a città. E, ancora peggio, poteva accadere che nello stesso posto coesistessero unità dallo stesso nome ma di valore diverso.

Non erano mancati, nei secoli precedenti, tentativi di riforma delle unità di misura, come quelli tentati nel periodo carolingio o in quello rinascimentale, ma nessuno di essi aveva avuto successo. Infatti cambiare pesi e misure (e valuta) è un processo che incontra resistenze di vario genere, da quella pratica (cambiare strumenti e applicare conversioni) a quella psicologica (difficoltà oggettiva degli adulti a cambiare rappresentazioni mentali), a quella sociologica (c'è chi è contrario a riforme metrologiche in quanto ha tutto l'interesse ad avere, come si dice, due pesi e due misure; e c'è chi nelle conversioni tende ad approfittare, come è avvenuto di recente da noi con il passaggio all'euro).

I cambiamenti diventano ancora più problematici quando si aspira ad una standardizzazione internazionale. Alle difficoltà elencate bisogna aggiungere infatti l'orgoglio nazionale, che fa rifiutare a priori regole (e quindi unità di misura) di un altro paese, indipendentemente dal fatto che siano o no ragionevoli. E all'epoca tale orgoglio esisteva anche a livello regionale (e spesso non si trattava soltanto di una comprensibile difesa delle tradizioni lo-



Righelli di un piede romano e uno inglese, confrontati con uno da 30 cm. I piedi sono suddivisi in 12 pollici.

cali, ma del privilegio di origine feudale dei signorotti di cambiare a piacimento i campioni di misura, espediente spesso usato per aumentare le tasse, pagate all'epoca in natura).

Ogni tentativo di standardizzazione sarebbe stato percepito come un tentativo di prevaricazione della città più importante e potente sulle altre. Questa è la ragione per cui scienziati e pensatori cercarono unità di misura che non fossero arbitrarie come le materializzazioni di parti del corpo umano o altre grandezze scelte ad hoc. *Standard naturali* ('presi dalla natura') furono quindi ritenuti come il necessario punto di partenza per una riforma metrologica accettabile da tutti i cittadini di una nazione e, possibilmente, di tutto il mondo. A parte questi vantaggi sul piano politico e sociale, unità di misura prese dalla natura avrebbero avuto la proprietà di essere costanti nel tempo e quindi recuperabili in caso i campioni fossero stati deteriorati o persi.



Illustrazione da un libro tedesco del 1575 in cui viene definita un'unità di lunghezza prendendo a caso sedici uomini ("*grandi e piccoli, come escono dalla Chiesa ...*") e facendo mettere loro un piede (calzato) dietro quello di un altro. Non ci è dato di sapere se il sedicesimo di tale lunghezza definisse anche il *piede* locale.

4. Il pendolo del secondo e le dimensioni della Terra

L'idea di basare l'unità di lunghezza sulla natura era stata avanzata molto prima che raggiungesse il suo definitivo successo con l'avvento della Rivoluzione Francese. A quel tempo, sebbene ci fossero state delle proposte in cui si prendeva come riferimento la *grandezza della Terra*, l'unità che sembrava più naturale e che riscuoteva maggiore consenso era quella del *pendolo* che oscilla con un ben preciso periodo.

4.1. Il pendolo del secondo

L'idea di usare il pendolo come standard di lunghezza non è sorprendente. Dopo le prime intuizioni e gli studi pionieristici di Galileo alla fine del sedicesimo secolo, seguiti da sviluppi sperimentali e teorici lungo tutto il secolo successivo, le proprietà del pendolo erano ben conosciute e le sue potenzialità pratiche già sfruttate, da quando nel 1657 Christian Huygens aveva realizzato il primo orologio a pendolo.

In particolare, era ben noto il fatto che il periodo di oscillazione di un pendolo semplice in un certo posto dipende dalla sua sola lunghezza. In altre parole il pendolo fu visto come un oggetto capace di interconnettere spazio e tempo. Si comprende quindi con quanto entusiasmo fu salutata la possibilità di basare l'unità di lunghezza, da sempre imperfetta e arbitraria, a qualcosa di regolare e prevedibile, come lo è il ripetersi dei fenomeni celesti.

A quel tempo non c'era dubbio su quale dovesse essere l'unità di misura del tempo. Già da tempi remoti la rotazione della Terra aveva fornito l'unità naturale del tempo, successivamente raffinata in quella di *giorno solare medio*, a sua volta suddiviso in ore e secondi. Le ore derivano dalla suddivisione del giorno in 24 tappe (12 durante il giorno e 12 durante la notte) risalente a egiziani e babilonesi. La suddivisione delle ore in 60 minuti di 60 secondi era



Christian Huygens (1629-1695)

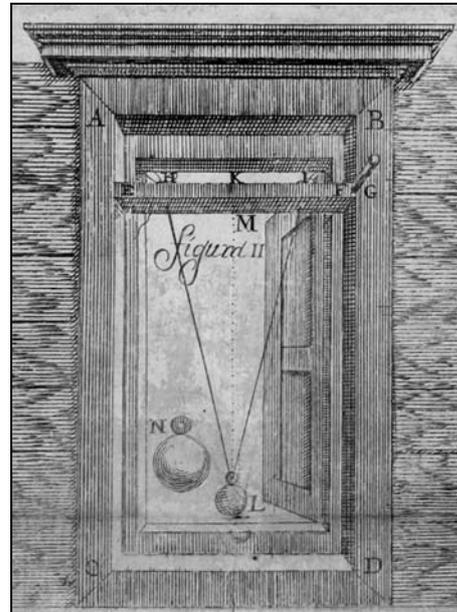
divenuta di uso comune da quando era stata introdotta dagli astronomi medievali a metà del 1200, in analogia alla suddivisione del grado.

Gli esperimenti con il pendolo avevano mostrato come il secondo, che delle varie suddivisioni del giorno era quella più vicina al ritmo del corpo umano (il battito del cuore!), era ottenuto da un pendolo di una lunghezza della scala umana (circa 100 cm se si prende come tempo di riferimento quello per compiere una singola oscillazione – il tempo caratteristico che noi moderni associamo al movimento del pendolo è il periodo; gli antichi preferivano invece il semiperiodo, ovvero il tempo di una ‘oscillazione’, o ‘vibrazione’, come veniva chiamata all’epoca). Il pendolo che oscillava in un secondo, ovvero di periodo due secondi, venne chiamato *pendolo del secondo*, o *dei secondi*, oppure *pendolo che batte il secondo*, a guisa di un metronomo.

Le prime proposte di usare il pendolo del secondo risalgono alla seconda metà del 1600 e l’unità di misura che si pensava di far derivare da esso era semplicemente la sua lunghezza (circa 99,4 cm) oppure una frazione di essa, come il *pie-de orario* proposto da Huygens e pari ad un terzo di essa (ovvero circa 33,1 cm, appena sei millimetri in più del piede ‘di Parigi’ – si noti la saggezza della definizione di Huygens: la ridefinizione del piede, invece dell’introduzione di un’unità completamente nuova, avrebbe facilitato l’accettazione di una eventuale riforma da parte della popolazione).

4.2. Tito Livio Burattini e il Metro Cattolico

Fra le varie proposte ce n’è una apparentemente autonoma e degna di particolare menzione, formulata da Tito Livio Burattini, un ingegnoso personaggio dai molti interessi vissuto fra il 1617 (Agordo, Belluno) e il 1681 (Cracovia, Polonia). Egittologo, inventore, architetto, costruttore di strumenti e viag-



Pendolo del secondo, da un’illustrazione del libro *Misura Universale* di Burattini. Si noti l’espedito della doppia sospensione per garantire la planarità delle oscillazioni.

Certamente egli non fu il primo ad avere tale idea, anche se il suo contributo ci appare genuinamente originale - come si dice in questi casi, l'idea 'era nell'aria'. La rilevanza storica del lavoro di Burattini risiede comunque in diversi termini e concetti decisamente moderni che compaiono nel suo libro. Il più importante di essi, per il quale si ispirò dichiaratamente agli antichi romani, fu quello di legare fra loro diverse unità di misura, formando così un sistema basato sul secondo.

L'ambizioso programma di Burattini è riassunto nel sottotitolo del suo libro, "*Trattato nel qual si mostra come in tutti li Luoghi del Mondo si può trovare una MISURA, & un PESO UNIVERSALE senza che abbiano relazione con niun'altra MISURA, e niun altro PESO, & ad ogni modo in tutti li luoghi saranno li medesimi, e saranno inalterabili, e perpetui sin tanto che durerà il MONDO.*" Qui il termine *universale* è usato per la prima volta per un'unità di misura.

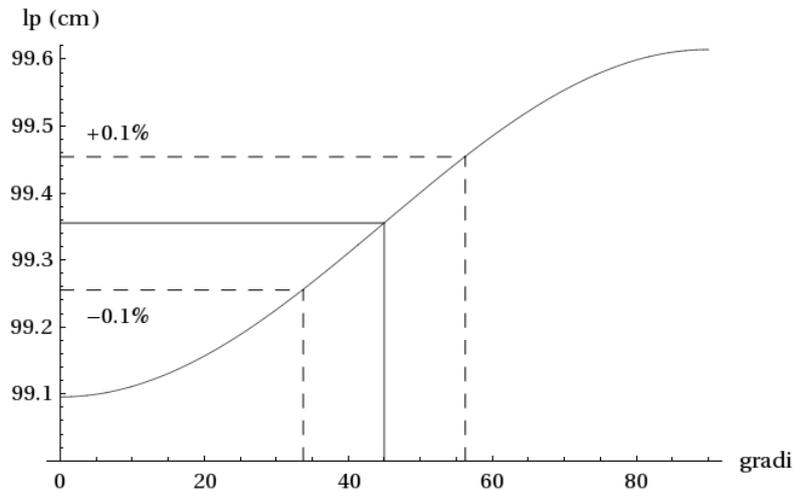
Quindi Burattini suggerisce di chiamare *metro* tale unità, e più precisamente *metro cattolico* (nel senso di universale), dal quale ricavare un *peso cattolico* (legato al metro mediante un certo volume di acqua, in analogia a quanto sarebbe avvenuto successivamente con il chilogrammo e quanto avevano fatto i romani, definendo la libbra dal piede): "*Dunque li Pendoli saranno la base dell'opera mia, e da quelli cavarò prima il mio Metro Cattolico, cioè misura universale, che così mi pare di nominarla in lingua Greca, e poi da questa cavarò un Peso Cattolico.*"

Nel seguito egli precisa che "*Il Metro Cattolico non è altro che la lunghezza di un Pendolo, le di cui vibrazioni siano 3600 in un hora [...] ch'io intendo d'un Pendolo libero, e non di quelli che sono attaccati agli Horologi.*"

Curiosamente, il nostro metro differisce di soli sei millimetri dal metro cattolico di Burattini.

4.3. Convergenza internazionale verso il pendolo del secondo

Fra la seconda metà del 1600 e la fine del 1700 il pendolo del secondo era stato studiato da molti scienziati e la sua lunghezza era stata determinata con grande accuratezza in vari posti della Terra, essendo nota la sua dipendenza dalla accelerazione di gravità g , che varia con la latitudine e l'altezza sul livello del mare. Ad esempio, nel 1740 Nicolas Louis de Lacaille e Cassini de Thury riportavano un valore a Parigi (48°51' di latitudine) di 440,5597 *linee* (ovvero 99,383 cm, essendo la linea pari a 2,25583 mm).



Lunghezza del pendolo del secondo in funzione della latitudine, calcolata in base alla conoscenza attuale dei parametri della Terra. Le linee tratteggiate danno l'intervallo di latitudini entro cui tale lunghezza differisce per meno di una parte su mille da quella misurata a 45 gradi.

In quegli stessi anni Charles Marie de La Condamine misurava all'equatore 439,15 linee (99,065 cm), evidenza dello schiacciamento della Terra ai poli (la lunghezza del pendolo del secondo è direttamente proporzionale a g). Lo stesso Isaac Newton, basandosi sul suo modello ellissoidale della Terra, aveva stimato la lunghezza del pendolo del secondo a diverse latitudini fra 30 e 45 gradi e, in particolare, il suo valore a 45 gradi era di 440,428 linee, ovvero 99,353 cm. Insomma, ben prima della Rivoluzione Francese era noto che il pendolo del secondo era praticamente lungo ... un metro.

Le buone intenzioni degli scienziati di cambiare le unità di misura rimangono nel mondo delle idee se non interviene una volontà politica in grado di legiferare in tal senso e, successivamente, di far applicare la legge. Il problema fu affrontato in modo serio per la prima volta, e circa negli stessi anni, in Francia, Gran Bretagna e Stati Uniti.

Il fatto che il programma francese sia stato il solo ad avere successo è dovuto ad una concomitanza di diverse cause. Senz'altro lo spirito illuminista e l'atmosfera rivoluzionaria aiutarono i legislatori a prendere decisioni rapide, mettendosi alle spalle retaggi del passato. Ma uno dei motivi per il quale la riforma delle unità di misura fu posta fra le priorità dell'Assemblea Nazionale fu il particolare caos metrologico che regnava in Francia sotto l'Ancien Régime.

Soltanto per le unità di lunghezza sono stati stimati circa 800 nomi differenti, le cui grandezze potevano variare da città a città, per un totale di circa 250000 campioni. Quindi, più che di una finezza di uomini di scienza, si trattava di un problema sociale al quale porre urgente rimedio per meglio regolare il commercio (in fondo gli scienziati si erano sempre capiti e le linee 'di Parigi' erano de facto uno standard internazionale – vedi il precedente riferimento a Newton).

Nel marzo del 1790 fu presentato all'Assemblea Nazionale un progetto di riforma metrologica. Il promotore dell'iniziativa era Charles Maurice de Talleyrand (che agiva da sponsor politico, facendo proprio un suggerimento di Antoine Nicolas Caritat de Condorcet) e l'unità di misura proposta era proprio il pendolo del secondo, misurato ad una latitudine di riferimento di 45 gradi.

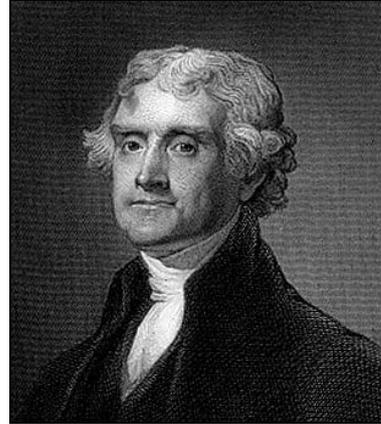
Un paio di mesi dopo, dall'altra parte dell'Atlantico veniva sottomesso alla Casa dei Rappresentati un *Plan for establishing uniformity in the Coinage, Weights, and Measures of the United States*. Il relatore era Thomas Jefferson, allora Segretario di Stato e che nel 1801 sarebbe diventato terzo presidente degli Stati Uniti. Anche in questo caso il pendolo era alla base dell'unità di lunghezza, sebbene la soluzione tecnica era quella di una barra oscillante ('pendolo composto') invece che di un pendolo semplice.

Nell'introduzione al documento Jefferson afferma di essere a conoscenza del progetto di Talleyrand e di aver cambiato, sulla base di questo, la latitudine di riferimento da 38 gradi, centrale per gli Stati Uniti, a 45 gradi, decisamente più scomoda per gli americani e quindi un chiaro segnale di disponibilità a compromessi in vista di un auspicato accordo internazionale (il fatto che Jefferson non solo desiderasse, ma credesse fortemente in tale accordo è dimostrato dalle sue vivaci proteste dopo la scelta unilaterale francese del meridiano, come vedremo nel seguito).

Un'analoga riforma del sistema di pesi e misure veniva discussa quello stesso anno nel parlamento britannico. Anche in questo caso il pendolo del secondo era l'indiscusso protagonista, ovviamente, almeno nella prima bozza, misurato alla latitudine di Londra (nel 1790 era stato pubblicato postumo un *Plan for introducing Uniformity in Weights and Measures within the Limits of the British Empire*, nel quale Sir James Steuart proponeva un sistema decimale basato sul pendolo del secondo a Londra). Ma John Riggs Miller, promotore della riforma, era in contatto con Talleyrand e quindi possiamo immaginare che ci fosse ampio margine per compromessi. Il pendolo del secondo era anche supportato da scienziati tedeschi.



Talleyrand (1754-1838)



Jefferson (1743-1826)

Insomma, è un dato di fatto che, al momento in cui l'Accademia delle Scienze francese si accingeva a scegliere l'unità di lunghezza, il pendolo del secondo sembrava il candidato più naturale a tale ruolo. Eppure, come sappiamo, fu scelta un'altra unità, più lunga del pendolo del secondo soltanto di alcuni millimetri.

4.4. *Standard di lunghezza basati sulle dimensioni della Terra*

L'altra possibilità che si presentava agli scienziati era quella di ancorare l'unità di lunghezza alle dimensioni della Terra. Ma misurare accuratamente la Terra è tutt'altro che semplice, sebbene la prima stima del suo meridiano risalga al periodo ellenistico, essendo stata eseguita da Eratostene nel III secolo avanti Cristo.

L'idea è abbastanza semplice (una volta che qualcuno l'ha avuta – il classico uovo di Colombo!), anche se la realizzazione pratica non è affatto banale. La descriviamo in quanto il principio di misura è rimasto sostanzialmente immutato fino a tempi recenti, sebbene nel corso dei secoli si siano affinate le tecniche sperimentali.

- Si determina la distanza, lungo la superficie terrestre, fra due punti situati sullo stesso meridiano, ovvero uno dei due deve trovarsi 'perfettamente' a sud rispetto all'altro (Alessandria d'Egitto e Assuan nel caso di Eratostene, anche se queste due città non sono in verità perfettamente allineate nord-sud, essendo Assuan più ad est di Alessandria di circa tre gradi). Chiamiamo s tale distanza (circa 840 km fra le due città egiziane).

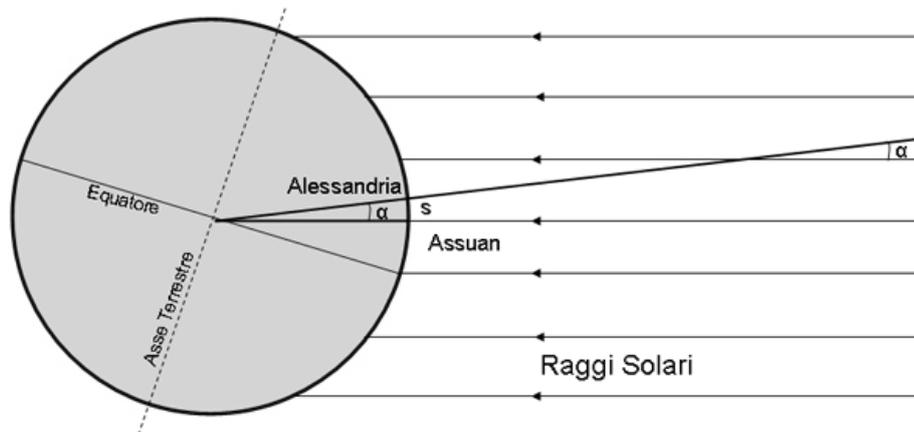
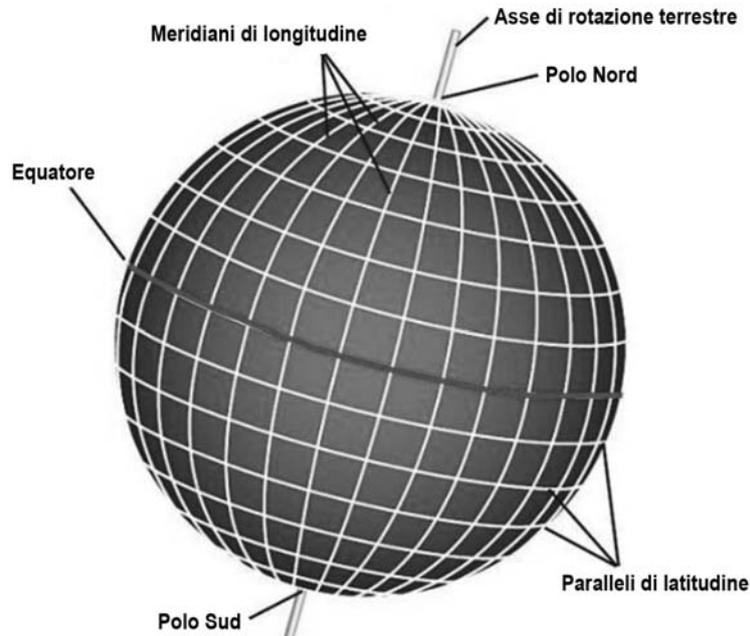


Illustrazione del principio di misura del meridiano escogitato da Eratostene.

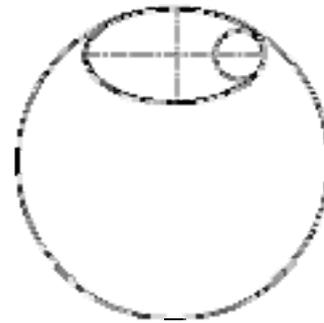
- Si misura, mediante osservazioni astronomiche, la differenza di latitudine fra i due punti. Ad esempio si possono determinare gli angoli rispetto al piano orizzontale con i quali si osserva la stella polare (oppure un qualsiasi altro corpo celeste – alla stessa ora!). Eratostene ebbe la fortuna di poter usare il sole, che sapeva essere allo zenit ad Assuan a mezzogiorno del giorno del solstizio d'estate (in realtà era poco più di mezzo grado fuori dallo zenit, essendo Assuan a $24^{\circ}05'$ N). Quindi, assumendo il sole abbastanza lontano dalla Terra e di conseguenza paralleli i raggi che illuminavano Alessandria e Assuan, la differenza di latitudine fra le due città era proprio l'angolo rispetto allo zenit misurato ad Alessandria a mezzogiorno di quello stesso giorno. Chiamiamo α l'angolo di tale arco di cerchio (intorno a 7,8 gradi, essendo Alessandria a $31^{\circ}12'$ N – il valore di Eratostene fu di $1/50$ di angolo giro, ovvero 7,2 gradi).

Determinate le grandezze s e α , la lunghezza l del meridiano è ottenuta mediante una semplice proporzione: $l = s \cdot (360/\alpha)$. Eratostene ottenne un valore di 250000 stadi, che per essere tradotto nei nostri chilometri necessita di una qualche conoscenza della lunghezza dello stadio, ovviamente alquanto incerta. Comunque, si può dire che la stima di Eratostene sia molto prossima ai circa quarantamila chilometri che sappiamo oggi (se facciamo il rozzo esercizio di calcolare la lunghezza del meridiano dai valori approssimativi di s ed α riportati sopra e ricavati sommariamente da un atlante otteniamo circa 39 mila chilometri).



Molte erano state le determinazioni della lunghezza del meridiano prima del 1790, la più accurata delle quali, basata su un arco di circa 950 km che tagliava la Francia lungo il *meridiano di Parigi*, era stata eseguita a metà del 1700 da Lacaille e Cassini de Thury. Essa aveva fornito un valore di 40013 km, contro i 40009 accettati attualmente (ovviamente i risultati non erano dati in metri, bensì in *tese*, unità che gli scienziati francesi usavano per grandi distanze e pari a 194,904 cm).

L'interesse alla determinazione della lunghezza del grado di latitudine e del grado di longitudine a diverse latitudini era principalmente pratico, in quanto tali informa-



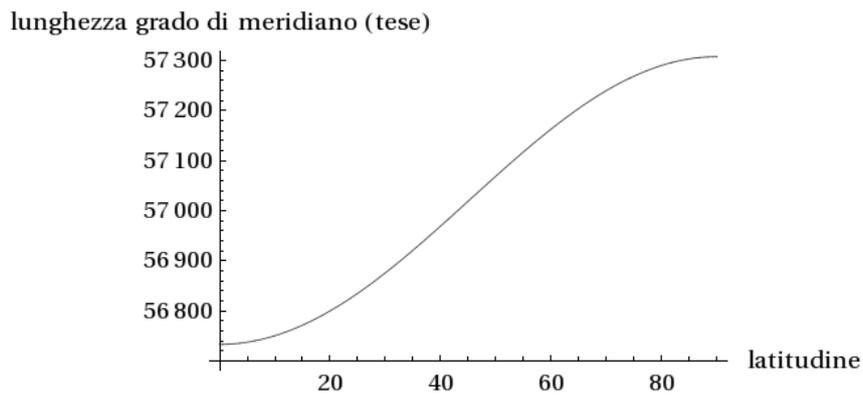
Rappresentazione esagerata della forma ellittica dei meridiani, per mostrare come la curvatura dipende dalla latitudine e cresce dall'equatore al polo (i cerchi rappresentati in corrispondenza del polo e dell'equatore rappresentano i cerchi osculatori). In questa figura il rapporto fra la differenza dei semiassi e il semiasse maggiore vale $1/2$. Nel caso della Terra esso è pari a $1/298$, ossia solo 3,3 parti su mille: lo schiacciamento della Terra è assolutamente impercettibile a occhio (si immagini un pallone da calcio schiacciato di 0,7 mm).

zioni erano fondamentali nella cartografia e quindi strategiche per il commercio e soprattutto per le operazioni militari. Per quanto riguarda l'aspetto più prettamente scientifico, l'interesse per tali misure geodetiche era dovuto non soltanto al desiderio di determinare con precisione la grandezza della Terra, ma anche alla questione di stabilirne la forma, tema caldo che appassionava gli scienziati da quando Newton aveva predetto uno schiacciamento ai poli causato dalla rotazione terrestre.

Per tale motivo la Francia aveva inviato nel '700 spedizioni sia all'equatore che in Lapponia per stabilire la lunghezza del grado di meridiano a latitudini estreme, dovendo tale lunghezza aumentare con la latitudine in caso di effettivo schiacciamento ai poli. (I risultati di tali campagne, che confermarono l'ipotesi newtoniana, furono che un grado di meridiano misura 56748 tese all'equatore, diventa 57027 tese intorno a 45 gradi, per raggiungere le 57438 tese in prossimità del circolo polare.)



Francobollo commemorativo delle spedizioni francesi per misurare il grado di meridiano all'equatore [La Condamine (1701-1774)] e al circolo polare artico [Pierre Louis Maupertuis (1698-1759)].



Lunghezza del grado di meridiano in funzione della latitudine, calcolata dai parametri attuali dell'ellissoide di rotazione che meglio approssima la forma della Terra (raggio equatoriale 6378 km, raggio polare 6357 km e quindi 'appiattimento', definito come differenza relativa fra i raggi, di 1/298). I valori sono espressi in tese, ciascuna pari a circa 1,95 m.

Le prime proposte di basare l'unità di lunghezza sulle dimensioni della Terra sono approssimativamente contemporanee a quelle ispirate al pendolo. Nel 1670 Gabriel Mouton aveva suggerito di usare la lunghezza di un minuto di arco della Terra lungo un meridiano e l'aveva nominata *miglio geometrico* o semplicemente miglio, oggi noto come *miglio nautico* (circa 1852 metri), l'unità tuttora usata in navigazione. (Per inciso, è interessante segnalare che, contestualmente, egli aveva ipotizzato un sistema decimale per la suddivisione del suo miglio, denominando 'virga' la millesima parte di esso.)

Nel 1720 l'astronomo Jacques Cassini aveva raccomandato di basare l'unità di lunghezza sul raggio della Terra, in effetti una grandezza del tutto naturale per un oggetto sferico, con unità pratica pari al decimilionesimo di essa, ovvero circa 64 cm.

Si noti come nel caso del miglio nautico fu fatta un'operazione simile alla ridefinizione del piede proposta da Huygens per il pendolo: il miglio era infatti originariamente pari a mille passi romani (*passum milia*) ed era lungo circa 1480 metri (i romani non erano dei giganti: il passo romano deriva infatti dalla distanza fra due appoggi consecutivi dello stesso piede durante la marcia, come rimasto nella tradizione militare – “*pàssood!*”)

5. L'iniziativa dell'Accademia delle Scienze francese

Alla metà del 1790 si era quindi creata una forte convergenza internazionale sul pendolo del secondo. Cionondimeno, agli inizi della primavera dell'anno successivo una differente unità di lunghezza fu scelta dall'Accademia delle Scienze francese. Ciò segnò la fine del pendolo e causò la rottura della cooperazione internazionale.

In linea con lo stile rivoluzionario di quegli anni, il processo, come ci accingiamo ad illustrare, fu davvero rapido.

5.1. *Due commissioni e qualche piccolo mistero*

Il 9 marzo del 1790 Talleyrand presentò all'Assemblea Nazionale un piano di riforma basato sul pendolo che batte il secondo sul livello del mare ad una latitudine di 45 gradi. Nella sua relazione Talleyrand richiedeva espressamente di coinvolgere l'Inghilterra nel progetto, sperando così che si potesse raggiungere un accordo internazionale.

L'8 maggio l'Assemblea Nazionale accettò la proposta di Talleyrand, de-

cretando in tal senso e incaricando l'Accademia delle Scienze di procedere con i dettagli della riforma. In particolare le era chiesto di stabilire quale dovesse essere la suddivisione più conveniente di pesi, misure e valuta. La risposta a questo quesito arrivò il 27 ottobre di quello stesso anno, in un documento a nome di una commissione composta da Jean Charles Borda, Joseph Louis Lagrange, Antoine Laurent Lavoisier, Mathieu Tillet e Condorcet. Veniva raccomandato il *sistema decimale*, già peraltro adottato dagli Stati Uniti per la valuta.

Nel frattempo, con la legge del 22 agosto del 1790, re Luigi XVI aveva convertito in legge il decreto dell'8 maggio dell'Assemblea Nazionale e contestualmente aveva scritto al re d'Inghilterra, chiedendogli di supportare l'iniziativa, invitando il Parlamento Britannico e la Royal Society a collaborare con l'Assemblea Nazionale e l'Accademia delle Scienze. In conclusione, verso la fine del 1790 la questione sembrava risolta, almeno dalla parte francese, mentre l'Inghilterra non accettò l'invito a collaborare con i rivoluzionari.

Eppure, il 16 febbraio 1791 l'Accademia delle Scienze nominò una commissione con l'esplicito compito di scegliere l'unità di misura, sebbene il pendolo del secondo fosse stato sancito per legge sei mesi prima. Il rapporto di questa commissione, composta da Borda, Pierre Simon de Laplace, Lagrange, Gaspard Monge e Condorcet fu presentato all'Accademia il 19 marzo del 1791. Esattamente una settimana dopo, il 26 marzo, l'Assemblea Nazionale accettava la proposta dell'Accademia di un'unità di lunghezza pari al decimilionesimo del quarto di meridiano.

Che fine aveva fatto il pendolo del secondo? E, ancor prima, perché nominare una nuova commissione? Un vero colpo di mano degli accademici francesi i quali, usando come pretesto il rifiuto degli inglesi a collaborare e snobbando il vecchio amico rivoluzionario e illuminista Jefferson, non si ritenevano più vincolati al pendolo del secondo. Cosa si nascondeva dietro la scelta del quarto di meridiano? Cominciamo ad analizzare il documento della commissione.



Borda (1733-1799) con il suo cerchio ripetitore

5.2. *Rapport sur le choix d'une unité de mesure*

Il rapporto del 19 marzo del 1791 (brevemente *Rapport* nel seguito) si apriva con queste significative parole:

“L'idea di riportare tutte le misure a un'unità di lunghezza presa dalla natura si è presentata ai matematici dal momento in cui questi sono venuti a conoscenza sia dell'esistenza di una tale unità, sia della possibilità di determinarla: hanno visto che questo era l'unico mezzo tanto per escludere qualsiasi arbitrarietà dal sistema delle misure, quanto per essere sicuri di poterlo conservare sempre uguale [...] hanno avvertito che un tale sistema, non appartenendo esclusivamente ad alcuna nazione, non avrebbe potuto essere per nessun paese causa di vanto qualora fosse stato adottato da tutti gli altri. Infatti, se si prendesse come unità di misura una di quelle già utilizzate in un paese, sarebbe difficile offrire agli altri dei motivi di preferenza in grado di bilanciare quella sorta di ripugnanza, se non proprio filosofica, almeno naturale, che i popoli avvertono nei confronti di una imitazione che sembra sempre essere l'ammissione di una sorta di inferiorità.”

Quindi vengono introdotti i candidati all'ambito ruolo: il pendolo che batte il secondo a 45 gradi di latitudine, il quarto dell'equatore e, appunto, il quarto del meridiano.

Il quarto di meridiano fu preferito al quarto di equatore in quanto quest'ultimo fu ritenuto difficile da misurare (assolutamente vero) ed in qualche modo 'non democratico' (slogan privo di significato).

“Ora, se è possibile avere un'unità di lunghezza che non dipenda da nessun'altra quantità, sembra naturale preferirla. [...] Abbiamo dunque ritenuto di dover optare per questo tipo di unità di misura e di dover quindi preferire il quarto del meridiano al quarto dell'equatore. Le operazioni necessarie per determinare quest'ultimo non potrebbero essere effettuate che in paesi troppo distanti da noi, per non comportare spese e difficoltà così gravi da risultare superiori ai vantaggi che tutto questo sembra promettere. Le verifiche, semmai si volesse effettuarne, risulterebbero difficili per tutte le nazioni [...] La regolarità di questa circonferenza non è garantita più di quanto non lo sia la similitudine o la regolarità dei meridiani. La grandezza dell'arco celeste, che corrisponde allo spazio che sarebbe stato misurato, è meno suscettibile di essere determinata con precisione; infine si può dire che ogni popolo appartiene a uno dei meridiani terrestri, ma che solo una parte vive

lungo l'equatore [...] Il quarto di meridiano terrestre diventerà l'unità di misura reale, e la diecimilionesima parte di esso sarà l'unità abituale."

Conclusero quindi che

"Il quarto di meridiano terrestre diventerà l'unità di misura reale, e la diecimilionesima parte di esso sarà l'unità abituale."

Il pendolo venne respinto dopo una lunga discussione (due pagine su un totale di undici, laddove il quarto di equatore è liquidato in meno di mezza pagina), senza che però il *Rapport* ne evidenziasse, sostanzialmente, alcun punto oggettivamente debole. Anzi, la commissione riconosce che

"La lunghezza del pendolo è sembrata, in generale, meritare la preferenza: essa presenta il vantaggio di essere la più facile da determinare e, di conseguenza, da verificare, nel caso in cui un incidente subito dai modelli ne comportasse la necessità. Inoltre, coloro che volessero adottare questa misura già in uso presso un altro popolo, o che, dopo averla adottata, avessero bisogno di verificarla, non sarebbero costretti a inviare degli osservatori sul luogo in cui la prima operazione sarebbe stata effettuata."

Quindi il *Rapport* specifica che la latitudine di riferimento del pendolo debba essere 45 gradi, non tanto con l'intento di favorire tale parallelo (che comunque passa per la Francia), ma in quanto esso è una sorta di valore medio su tutti i luoghi della Terra:

"Se si impiega la lunghezza del pendolo, sembra naturale preferire quella del pendolo semplice che batte il secondo al quarantacinquesimo grado. In effetti, la legge che le lunghezze dei pendoli semplici seguono dall'equatore fino ai poli, compiendo delle oscillazioni uguali, è tale che quella del pendolo al quarantacinquesimo grado è precisamente il valore medio di tutte queste lunghezze e, cioè, è uguale alla loro somma divisa per il loro numero; essa è ugualmente una media sia tra le due lunghezze estreme, prese, una al polo e l'altra all'equatore, sia tra due lunghezze qualsiasi, corrispondenti a distanze uguali, l'una a nord e l'altra a sud di questo stesso parallelo. Non sarebbe dunque la lunghezza del pendolo sotto un determinato parallelo, a essere qui l'unità di misura, ma la lunghezza media dei pendoli diversi fra loro, che battono i secondi alle diverse latitudini."

Viene però sollevato il problema del tempo di riferimento, dato che il se-

condo è ritenuto dalla commissione una “*divisione arbitraria di questa unità naturale*” (il giorno).

“Tuttavia, dobbiamo far osservare che questa unità così stabilita racchiude in se stessa un qualcosa di arbitrario. Il secondo di tempo è la ottantaseimilaquattrocentesima parte del giorno e, di conseguenza, una divisione arbitraria di questa unità naturale. In tal modo, per fissare l'unità di lunghezza viene utilizzato non soltanto un sistema eterogeneo (il tempo), ma anche un elemento arbitrario.”

Gli accademici sembrano voler dare un'ultima chance al pendolo mediante l'escamotage di usare, invece del pendolo del secondo, un ipotetico ‘pendolo del giorno’, con un'unità pratica pari alla sua decimiliardesima parte, ed equivalente quindi alla lunghezza di un pendolo le cui oscillazioni durino un centomillesimo del giorno.

“In verità, si eviterebbe quest'ultimo inconveniente prendendo per unità il pendolo ipotetico, che compie una sola oscillazione al giorno, lunghezza che, divisa in dieci miliardi di parti darebbe un'unità di misura usuale pari a circa ventisette pollici [ovvero 73.1 cm, essendo il pollice pari a 27,07 mm]; e questa unità corrisponderebbe al pendolo che compie centomila oscillazioni al giorno.”

In ultima analisi il *Rapport* della commissione non fornisce nessuna specifica debolezza della proposta del pendolo, giustificando infine il quarto di meridiano soltanto in termini di *naturalezza*, così come era percepita da Borda e colleghi, e praticamente contrapposta al modo attuale di intenderla (oltre che contraddetta da loro stessi nella definizione del chilogrammo sulla base di un decimetro cubo di acqua).

“Ora, se è possibile avere un'unità di lunghezza che non dipenda da nessun'altra quantità, sembra naturale preferirla. [...] È molto più naturale infatti rapportare la distanza tra un luogo e un altro al quarto di uno dei cerchi terrestri, piuttosto che rapportarla alla lunghezza del pendolo.”

Fine della sfida. Vince il decimilionesimo del quarto di meridiano. Se il lettore ha qualche dubbio sulla parzialità dei giudici ci trova dalla sua parte (la ‘morte’ del pendolo nel *Rapport* ci ricorda un po’ quella dell’agnello nella famosa favola di Fedro ...).

6. Determinazione e riproduzione della lunghezza del metro

Studiando il *Rapport* siamo stati davvero sorpresi di non leggerci quanto sarebbe stata lunga la nuova unità, sebbene ci immaginiamo che i membri dell'Assemblea Nazionale, ai quali il documento andava infine letto, sarebbero stati interessati a conoscere il valore almeno approssimato dell'unità che si chiedeva loro di approvare. Infatti, come abbiamo visto, la lunghezza del meridiano, e quindi di quello che solo due anni dopo sarebbe stato chiamato metro, era ben nota agli accademici. Invece, il documento della commissione raccomandava esplicitamente una nuova campagna di misure lungo il meridiano di Parigi (vedi immagine a lato, con indicati i triangoli usati nelle operazioni di *triangolazione*), dalla quale ricavare la lunghezza del campione.

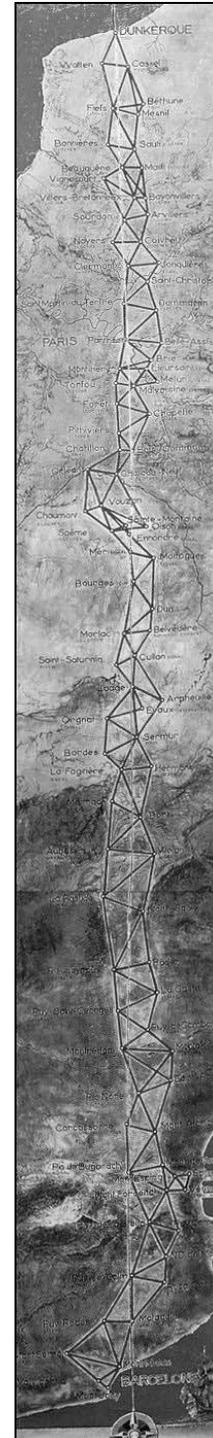
Il *Rapport* fornisce le seguenti ragioni per intraprendere la nuova impresa:

“L'abilità degli astronomi attualmente coinvolti in questo lavoro, la perfezione che hanno raggiunto negli ultimi tempi i metodi matematici e gli strumenti, la grandezza del cerchio misurato, che si estende per più di nove gradi e mezzo, il vantaggio di essere [l'arco di meridiano] tagliato al centro dal quarantacinquesimo parallelo, tutto ciò ci garantisce l'esatta e perfetta esecuzione di questa bella impresa, la più grande del genere.”

6.1. La missione del meridiano del 1792-1798

Il compito delle operazioni fu affidato agli astronomi Jean Baptiste Joseph Delambre e Pierre Francois André Méchain, i quali cominciarono la loro attività nel 1792, fra tutte le difficoltà che si possono immaginare e rischiando addirittura la vita (per un resoconto storicamente ineccepibile di questa avventura si veda il libro di Ken Alder indicato nella nota bibliografica).

Al fine di diminuire l'incertezza sulla lunghezza di interesse, l'arco del meridiano di Parigi misurato mezzo seco-

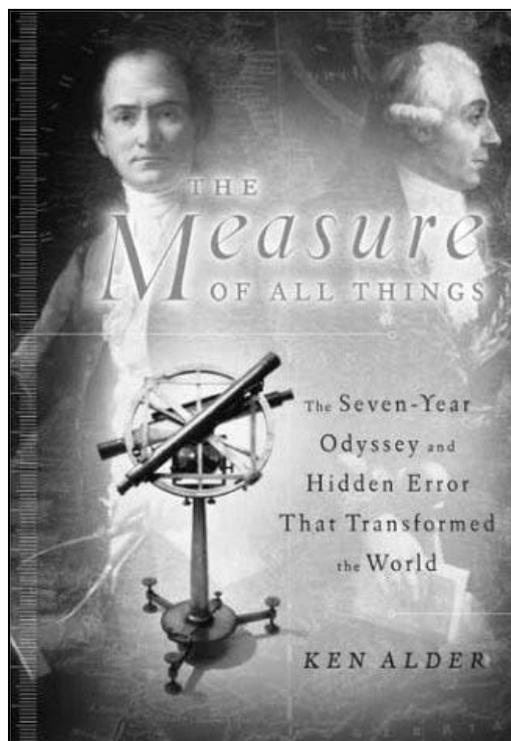


lo prima venne esteso a sud fino a Barcellona per un totale di circa 1075 km, scavalcando così anche i Pirenei. L'impresa richiese sette anni di lavoro e terminò soltanto nel 1798, mentre i membri dell'Assemblea Nazionale, impazienti, sollecitavano gli accademici a fornire alla nazione il nuovo campione di lunghezza.

Avvenne così che nella primavera del 1793 Borda e colleghi furono costretti a vincere la loro riluttanza e a render pubblica una stima ufficiale, basata sulle misure di Lacaille e Cassini del 1740, di quello che proprio in quella occasione assunse il nome ufficiale di *metro*: 443,44 linee, con un errore dichiarato non superiore al decimo di linea (ovvero meno di due parti su diecimila). Il cosiddetto *metro provvisorio* fu adottato per decreto il primo di agosto 1793. Due anni dopo fu sancito il Sistema Metrico Decimale da quella che è rimasta nota come la '*Legge del 18 germinale dell'anno III*' (7 aprile 1795), molto prima che la missione del meridiano fosse terminata.

Nel 1799, sulla base delle misure di Delambre e Méchain e del lavoro di una commissione 'internazionale' (per il vero abbastanza compiacente) venne presentato il metro. Esso risultò pari a 443,296 linee, valore che comprendeva la correzione per lo schiacciamento della Terra (effetto di entità ben nota, ma del quale non si era tenuto conto – perché? – nel metro provvisorio).

La realizzazione del campione di lunghezza venne completata nel giugno del 1799, insieme a quello di peso. Il 22 di quel mese i prototipi in platino furono presentati solennemente al Consiglio degli Anziani e dei Cinquecento e successivamente depositati agli Archivi Nazionali. Una legge del 10 dicem-



Delambre (1749-1822) e Méchain (1744-1804), raffigurati nella copertina del libro di Alder, insieme al cerchio ripetitore di Borda, che usarono per le loro misure di angoli. È al cerchio ripetitore che il Rapport si riferisce quando parla di "*perfezione che hanno raggiunto [...] gli strumenti*"

bre successivo li consacrò campioni definitivi di lunghezza e di peso in tutta la Repubblica.

In conclusione, la spedizione del metro aveva modificato il metro provvisorio di poco meno di 0,3 millimetri *nel verso sbagliato* (il valore attuale del decimillesimo del quarto di meridiano, espresso nelle vecchie unità francesi, è pari a 443,398 linee).

6.2. *Pendolo del secondo e pendolo di un metro*

Nel *Rapport* c'è una lista di operazioni necessarie per realizzare la riforma proposta. Una di queste è, appunto, una più accurata determinazione della lunghezza del meridiano di Parigi. Più avanti, come quarto punto troviamo:

“4° Effettuare al quarantacinquesimo grado delle osservazioni che constano il numero delle vibrazioni che un pendolo semplice, pari alla decimilionesima parte dell'arco di meridiano farebbe in un giorno, nel vuoto, a livello del mare, alla temperatura del ghiaccio che fonde.”

Perciò, mentre nella prima parte del *Rapport* il pendolo del secondo è eliminato, un pendolo di un metro appare nella seconda parte. Il ruolo di questo pendolo era quello di campione secondario, in quanto ci si rendeva conto della difficoltà di determinare il metro dal meridiano: una volta trovato il semiperiodo del pendolo di un metro, nel caso il campione originario fosse stato danneggiato o distrutto sarebbe stato più facile riprodurre il metro dal pendolo che da una nuova campagna di misure.

Il pendolo di un metro diventava quindi de facto un *campione secondario* per riprodurre la lunghezza del decimilionesimo del quarto di meridiano misurato (si noti come quello che veniva conservato non era l'esemplare di pendolo lungo un metro, bensì l'informazione sul suo tempo di oscillazione: si trattava, per così dire, di un campione immateriale).

Il fatto che il pendolo debba essere considerato un importante strumento per realizzare l'intero progetto può essere facilmente dedotto dalla risposta del presidente dell'Assemblea Nazionale ad una memoria di Borda sul sistema metrico del 1792:

“Voi avete preso la vostra teoria dalla natura: tra tutte le determinate lunghezze voi avete scelto le due uniche lunghezze i cui combinati risultati sono i più assoluti, la misura del pendolo e soprattutto la misura del meridiano: ed attraverso la relazione del primo al secondo con altrettanto zelo e saga-

cità, il doppio confronto di tempo e Terra attraverso una mutua conferma, voi avrete l'onore di aver scoperto questa unità permanente per tutto il mondo, questa beneficente verità che diverrà un vantaggio per le nazioni ed una delle più utili conquiste dell'uguaglianza."

Tuttavia, in nessun documento ufficiale è mai messo in luce il fatto che il pendolo del secondo e il pendolo di un metro sono quasi della stessa lunghezza e che questo fatto semplifichi le operazioni di taratura reciproca. È un dato di fatto che, mentre Delambre e Méchain portavano avanti la loro avventurosa impresa, determinazioni della lunghezza del pendolo *del secondo* venivano condotte in varie località della Francia, al fine di convertire successivamente le informazioni sperimentali in tempo di oscillazione del pendolo di un metro.

7. Ciascuno per la sua strada

L'accettazione del sistema metrico decimale avvenne, anche nella stessa Francia, in modo tutt'altro che rapido e pacifico. La popolazione, oltre alla usuale inerzia a cambiare, si sentiva a disagio con le dimensioni delle nuove unità: "il metro era troppo lungo", "il decimetro troppo corto"; insomma una delle critiche ancora oggi ricorrenti da parte degli oppositori del metro e non del tutto infondata (la preferenza accordata fin dall'antichità al piede deve avere una sua ragione!). Lo stesso Burattini si era lamentato della lunghezza del metro cattolico ("*un poco maggiore di quello c'haverei desiderato che fusse*") ma si era rassegnato in quanto "*non si può sforzar la natura, e bisogna lasciarla fare a suo modo*".

Un'altra difficoltà incontrata dalla popolazione francese era legata all'uso dei prefissi, che essendo una parte di origine greca e l'altra di origine latina, induceva a confusione, come succede ancora oggi ai bambini delle elementari con 'deci' e 'deca'.

Nel 1812, nel tentativo di salvare almeno il campione del metro, Napoleone decretò un sistema ibrido che permetteva l'uso dei vecchi nomi, il cui valore era però riscalato al metro, con multipli e sottomultipli tradizionali e non decimali. Quindi la tesa, originariamente pari a circa 194,9 cm, sarebbe stata lunga due metri. Il metro assumeva quindi di fatto il nome *auna*, pari a mezza tesa. Il terzo di metro prendeva così il nome di piede, che passava di conseguenza da 32,5 cm a 33,3 cm. Insomma tutte le vecchie misure sarebbe-

ro state allungate del 2,6%. (Si noti che quando ci riferiamo qui a ben precisi valori di tesa e di auna, intendiamo gli standard 'di Parigi', usati dagli scienziati. In giro per la Francia coesistevano tante tese e tante aune. Quest'ultima aveva lunghezze variabili fra poco meno del metro e oltre il metro e mezzo. Quindi con il decreto napoleonico non si tornava alle vecchie misure locali, bensì si imponevano quelle 'di Parigi', opportunamente riscalate.)

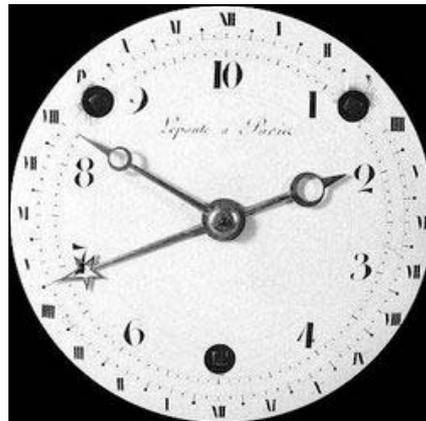
Il decreto napoleonico viene abrogato e i vecchi nomi vengono dichiarati fuori legge soltanto nel 1837. Nel frattempo, nel 1832, il secondo, pari a $1/86400$ del giorno solare medio, con le suddivisioni che conosciamo, viene incluso nel Sistema Metrico, che però in quel preciso momento cessa di essere rigorosamente decimale (insomma, fra il 1832 e il 1837 il sistema decimale, che è a nostro giudizio il vero punto forte della riforma francese, era stato di fatto cassato).

Tre anni dopo, nel 1840, una legge dichiara reato penale l'uso di unità di misura non metriche. Da quel momento, dopo ben cinquant'anni dalla sua invenzione, il metro comincia veramente ad imporsi – o, per meglio dire, ad *essere imposto* – in Francia.

Senza voler fare la storia del metro nel mondo, vediamo cosa successe nei paesi che nel 1790 si accingevano ad una riforma metrologica. Come avevamo visto, gli inglesi si erano rifiutati di collaborare con i rivoluzionari, sostanzialmente per motivi politici, e anche perché non ritenevano necessaria una riforma, in quanto non avevano l'equivalente del caos francese nel settore di pesi e misure.

Ben più interessante è la questione del perché non aderirono gli americani, filosoficamente e politicamente vicini ai rivoluzionari francesi di credo illuminista. Infatti, come abbiamo già detto, gli illuminati capi americani, i quali avevano già adottato il sistema metrico per la valuta, erano fortemente interessati ad un accordo internazionale su un'unità naturale. Ma il *metro francese* era per loro oggettivamente inaccettabile.

Così scriveva Jefferson, indignato, a Condorcet pochi mesi dopo l'appro-



La riforma metrologica francese prevedeva anche la suddivisione decimale del giorno in 10 ore di 100 minuti di 100 secondi. Ma fra le varie riforme metrologiche questa fu quella più impopolare e non ebbe seguito.

vazione del quarto di meridiano (2 agosto del 1791):

“La sincerità mi obbliga a confessare che l'elemento di misura, adottato dalla Francia, non è quello che avrei approvato. [...] È soggetto, inoltre, all'obiezione che nessun'altra nazione, eccetto la Vostra, vi possa pervenire: poiché la Vostra è l'unica nazione in cui si possa individuare un meridiano che attraversi il quarantacinquesimo grado e che termini ad entrambe le estremità allo stesso livello. Possiamo allora affermare con assoluta certezza che questa misura è non-cattolica e, personalmente, avrei preferito vederVi lontano dal Cattolicesimo nella Vostra pratica religiosa piuttosto che nella Vostra filosofia.”



Condorcet (1743-1794)

Gli americani continuarono la loro ricerca indipendente di uno standard naturale, ma dopo anni di lavoro l'impresa si rivelava impossibile. A causa delle disomogeneità di densità terrestre, non soltanto gli archi di meridiano sono tutti diversi fra di loro, ma anche il pendolo del secondo ha lunghezze diverse in luoghi diversi posti sullo stesso parallelo (vedi par. 8.3). Nel frattempo, dall'esperienza francese si rendevano conto della scarsa popolarità del sistema decimale per le misure.

In conclusione, dopo decenni di studi e discussioni, la scelta diventava obbligata e anche urgente: si optò per uno standard 'fisico' (nel senso di 'ad hoc') per l'unità di lunghezza, con multipli e sottomultipli tradizionali. Questo avvenne nel 1832 (proprio l'anno in cui anche in Francia il Sistema Metrico Decimale sembrava aver dato forfait): l'unità di lunghezza infine adottata fu la yard, definita come i 36 pollici compresi tra il 27-esimo e il 63-esimo pollice di una ben precisa barra di bronzo di 82 pollici realizzata in Inghilterra nel 1814 e portata negli Stati Uniti nel 1815.

Dalla metà del 19-esimo secolo gli Stati Uniti erano così legati, sia in pratica che a livello legislativo, ad un sistema di misura basato su copie di campioni importate dall'Inghilterra. Ma purtroppo non furono adottati adeguati meccanismi di controllo fra il sistema americano e quello inglese. Successe quindi che con il tempo i campioni inglesi usati in America e quelli usati in Gran Bretagna si evolvessero ciascuno per conto proprio.

Soltanto nel 1959 Stati Uniti, Australia, Canada, Nuova Zelanda, Sud Africa e Regno Unito si sono finalmente accordati su una definizione internaziona-

le della yard, basata sul metro (il quale proprio in quegli anni stava per essere ridefinito in base alle leggi della fisica atomica): la yard fu definita come 91,44 centimetri esatti, dalla quale ne seguirono un piede (pari a un terzo di yard) di 30,48 centimetri e un pollice (pari a un dodicesimo del piede) di 2,54 centimetri. In tale occasione definita anche una nuova unità, il Miglio Internazionale, lungo 5280 piedi e quindi pari a 1609,344 metri.

8. Considerazioni sulla scelta del metro del meridiano

La nostra indagine era cominciata per rispondere alla domanda “*perché il metro batte il secondo?*”. Leggendo documenti originali e saggi sull'argomento ci siamo fatti un'idea sull'origine del metro meno gloriosa di quella che avevamo, basata su ricordi scolastici. In particolare, abbiamo completamente abbandonato la versione comune della vicenda, con gli accademici francesi paladini dei valori illuministici, contrapposti agli americani che, con la loro riluttanza al metro, appaiono difensori delle tradizioni e nemici del progresso e della razionalità.

L'idea che ci siamo fatti studiando la letteratura è che basare il metro sul meridiano non sia stato poi il massimo della razionalità e della saggezza politica e, francamente, siamo propensi a credere che la scelta unilaterale del meridiano abbia contribuito notevolmente alla ritardata unificazione planetaria degli standard di pesi e misure. E ci rimane il sospetto che, tra le possibili unità basate sulle dimensioni della Terra, la scelta della commissione sia caduta volontariamente su quella che approssimava meglio di tutte il pendolo che batte il secondo.

Cerchiamo di argomentare in dettaglio le nostre ragioni.

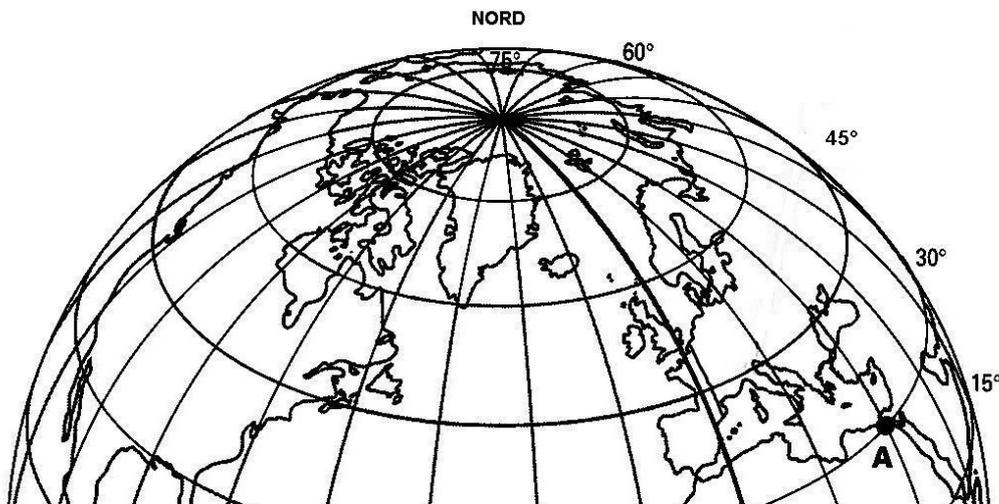
8.1. Sulla scelta del meridiano e, in particolare, del suo quarto

In alcuni passi il *Rapport* mostra un certo grado di apparente ingenuità, inaspettata da autori di quel calibro. Prendiamo ad esempio la preferenza accordata al meridiano sull'equatore e giustificata in termini di facilità di misura e di universalità rispetto a tutte le nazioni del mondo.

Iniziamo dal secondo punto, che precedentemente abbiamo chiamato ‘democratico’ (l'aggettivo è nostro e non compare nel *Rapport*). La frase “*si può dire che ogni popolo appartiene a uno dei meridiani terrestri, ma che solo una parte vive lungo l'equatore*” non è niente più di uno slogan. È del tutto

evidente per ogni punto della Terra passa un meridiano. Differente questione è se l'arco di meridiano che attraversa un paese sia adatto a riprodurre il metro con la precisione richiesta per uso metrologico. Anche assumendo che ogni popolo abbia la tecnologia adatta, il paese dovrebbe essere abbastanza esteso in latitudine per consentire di effettuare le misure necessarie. Inoltre, dato che la Terra è schiacciata ai poli, sono richieste almeno due misure di arco di meridiano effettuate a diverse latitudini, al fine di valutare l'ellitticità dell'ellissoide.

Ne segue quindi che la frase *“Le operazioni necessarie per determinare quest'ultimo non potrebbero essere effettuate che in paesi troppo distanti da noi ...”*, riferita all'equatore, si applica anche al meridiano, con una complicazione in più: mentre la determinazione dell'equatore richiede la misura di un solo arco, in quanto la circolarità dell'equatore scaturisce da motivi di simmetria, la determinazione del meridiano richiede necessariamente diverse campagne di misura a diverse latitudini.



Emisfero nord della Terra, con indicati il meridiano di Greenwich (in grassetto), il quarantacinquesimo parallelo e, leggermente a est del meridiano di Greenwich (a poco più di due gradi) la traccia dell'arco di meridiano di Parigi usato per determinare la lunghezza del metro. Come si vede, le proteste di Jefferson erano assolutamente fondate.

Onestamente, e con tutto il rispetto per Borda e colleghi, ci sembra che l'ingenuità acquisti una non voluta vena umoristica (almeno per noi che leggiamo il documento a duecento anni di distanza; ma chi all'epoca era effet-

tivamente interessato alla questione si sarebbe sicuramente sentito preso in giro – da cui la reazione di Jefferson che abbiamo visto) a pag. 8 del *Rapport*, quando, dopo aver affermato poche pagine prima che la scelta del meridiano è ‘democratica’, il meridiano di Parigi è presentato come praticamente l’unico lungo il quale sarebbe stato possibile effettuare le misure proposte:

“Non possiamo trovare in Europa o in nessuna altra parte del mondo, a meno di misurare un angolo molto più grande, una porzione di meridiano che soddisfi allo stesso tempo la condizione di avere i punti estremi al livello del mare, e che attraversi il quarantacinquesimo parallelo, se non prendiamo la linea da noi proposta.”

Veniamo ad un altro punto. Una volta scelta la Terra come base alla quale ancorare l’unità di lunghezza, quale dei suoi parametri è il più *naturale* per ricavarne uno standard? Se per semplicità consideriamo una sfera, per un fisico o un matematico il parametro naturale è il raggio. Tuttavia, un tecnico che misura le dimensioni di piccole sfere con un calibro trova certamente più naturale riportare il diametro, come effettivamente avviene in ambito industriale. Per un pallone da calcio sia il raggio che il diametro sono inadeguati, in quanto ciò che si misura più facilmente, impiegando un metro a fettuccia, è la circonferenza, e non a caso questa è usata dalla FIFA per stabilire la grandezza del pallone: “di non più di 70 cm e non meno di 68” (‘taglia nr. 5’).

La situazione è un po’ più complicata per una sfera grande come la Terra e per la quale, all’epoca in cui si svolsero le vicende a cui siamo interessati, non era possibile misurare direttamente e nella sua interezza né raggio, né diametro, né circonferenza. Si potevano solo effettuare misure locali ed estendere i risultati alla grandezza di interesse, assumendo un modello geometrico della Terra, come ricorda Jefferson nella lettera citata precedentemente:

“[l’elemento di misura adottato dalla Francia] è soggetto all’inesattezza della misurazione in quanto quella parte del quadrante della Terra che deve essere misurata - cioè un decimo del quadrante -, e i rimanenti nove decimi devono tutti essere calcolati in base a dati ipotetici, partendo dal presupposto affatto dimostrato che la Terra abbia una certa forma.”

Tuttavia, una volta ipotizzato un modello geometrico, diventa irrilevante quale parametro considerare come unità, se il meridiano, l’equatore o la distanza tra i poli ed il centro della Terra. Se poi il modello sferico è sostituito da quello più realistico ellissoidale, concettualmente le cose non cambiano,

pur se in questo caso ci servono due parametri, come i due semiassi, oppure uno dei due semiassi e l'ellitticità, etc ...

In fin dei conti, per come la vediamo noi al giorno d'oggi, il meridiano può anche andar bene, pur senza attribuire ad esso nessuna speciale preferenza. Ma perché il suo quarto invece della sua interezza o della sua metà? Il *Rapport* non dà nessuna giustificazione di questa scelta, come se le altre possibilità fossero fuori questione, sebbene non ci fossero state nel passato proposte al riguardo. Ma meridiano e suo quarto sono tutt'altro che naturali, almeno per le persone comuni, e ne è una prova il fatto che la volgarizzazione della definizione del metro, così come è spesso insegnata a scuola e così come almeno ritorna in mente a molte persone, si riferisce alla *quarantamilionesima parte* di 'qualcosa', dove questo 'qualcosa' è il più delle volte ricordato come 'equatore' o 'cerchio massimo'.

Insomma, la *decimilionesima del quarto* di qualcosa suona veramente strana. Quale fu quindi la ragione di tale scelta? Visto che nel *Rapport* non viene detto, possiamo solo tentare delle ipotesi. Se pensiamo all'esercizio, il cui svolgimento lasciamo al lettore, di considerare le varie grandezze definibili sul nostro pianeta e giochiamo a prenderne mezzi, quarti o porzioni di tot gradi, e quindi sottomultipli decimali, vediamo come lo spazio delle possibilità è abbastanza ampio e possiamo scegliere, a posteriori, l'unità che vogliamo far risultare prossima a quello che ci interessa. E se quello che avevamo in mente era il pendolo che batte il secondo la scelta punta dritta sul decimilionesimo del quarto di meridiano! (Per amor del vero bisogna ammettere che questa scelta cade anche vicina all'auna di Parigi, pari a mezza tesa e quindi lunga 97,45 centimetri. Ma non viene mai detto che il metro avrebbe avuto il vantaggio di essere prossimo a tale unità, per altro meno popolare del piede e della tesa. Soltanto nel seguito, quando il metro non attecchiva, il decreto napoleonico che abbiamo citato fissava l'auna ad un metro, per salvare almeno virtualmente il campione di platino del 1799.)

La ragione della scelta potrebbe essere stata quella di un compromesso con gli strenui difensori del pendolo. O potrebbe essere accaduto che, dato che gli accademici avevano in mente una qualche 'cooperazione' tra la nuova unità e "*un pendolo avente una determinata lunghezza*", scegliere una unità vicina al ben conosciuto pendolo del secondo avrebbe semplificato le operazioni.

8.2. Sulla reticenza riguardante il valore della nuova unità di lunghezza

Come abbiamo già sottolineato, siamo stati davvero sorpresi di non trovare una stima della lunghezza dell'unità proposta nel *Rapport*. Quasi come se gli accademici temessero che, se i membri dell'Assemblea avessero saputo che la lunghezza era già conosciuta entro poche parti su diecimila, allora la nuova missione del meridiano non sarebbe stata finanziata. Del resto, quando due anni più tardi essi furono costretti a fornire un valore ufficiale ai membri dell'Assemblea Nazionale, oramai spazientiti, alcuni accademici veramente temettero che sarebbero venuti meno i finanziamenti per portare a termine la missione.

C'è un altro punto, contenuto nei documenti che condussero al metro provvisorio, che ci ha lasciati perplessi. Perché gli accademici non fornirono la migliore stima, che avrebbe dovuto includere la loro conoscenza dello schiacciamento della Terra? La correzione sul metro dovuta alla deviazione dalla sfericità è sicuramente piccola, circa due parti su diecimila. Se fosse stata applicata essa avrebbe cambiato il metro provvisorio da 443,44 a circa 443,36 linee, differenza certo minima, ma comunque rilevante se si considerano le cifre significative con le quali il valore del metro provvisorio fu fornito. (Si noti che, applicando tale correzione, la lunghezza del metro provvisorio avrebbe differito di sole 9 parti su centomila dal valore attuale della decimilionesima parte del quarto di meridiano, pari a 443,398 linee.)

Una possibile semplice ragione di tale comportamento potrebbe essere che essi consideravano comunque quel valore sufficientemente buono per le applicazioni pratiche ma che, tenuto conto di una possibile revisione del campione basato sul valore provvisorio del metro, non ritenevano necessario applicare la piccola correzione, di entità confrontabile con l'errore stimato. Ma allora, perché affermare che "*il suo errore non supera un decimo di linea*", se l'errore dovuto all'omessa correzione ammontava da solo a circa 0,08 linee?

Francamente, noi non vediamo altra plausibile e consistente spiegazione a parte quella un po' maliziosa che gli accademici volessero avere spazio per modificare il metro provvisorio dopo la fine delle nuove campagne di misura, nel caso che il nuovo valore fosse risultato molto vicino al vecchio. Ciò avrebbe sicuramente contribuito a giustificare un'impresa così costosa.

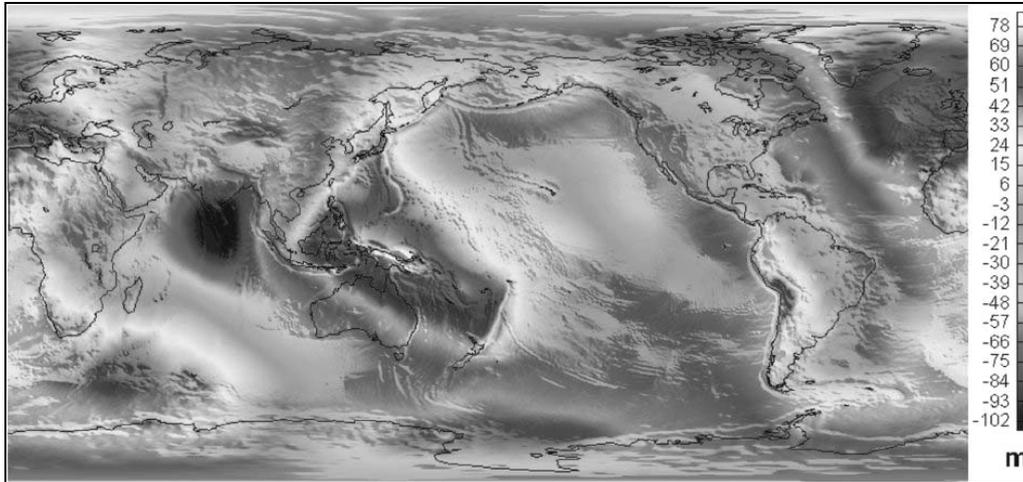
8.3. *Sulle motivazioni nascoste della missione del meridiano*

Il sospetto che la scelta di una unità di lunghezza basata sul meridiano fosse un pretesto per altre ragioni non è nuovo. È stato per esempio suggerito che l'Accademia volesse innanzitutto dimostrare la necessità della propria esistenza, in un momento in cui tutte le vecchie istituzioni venivano messe in discussione dai rivoluzionari. Molti altri argomenti al riguardo sono forniti nel bel libro di Alder citato in bibliografia. Noi siamo inclini a credere nella più nobile causa avanzata in questo libro, e cioè che gli scienziati francesi fossero principalmente interessati ad un deciso progresso nella conoscenza della forma del nostro pianeta. Vogliamo credere che gli interessi di Borda nel vedere il suo *cerchio ripetitore* (lo strumento usato da Delambre e Méchain per determinare gli angoli durante la spedizione del meridiano) protagonista di una grande impresa vadano relegati ad un secondo livello.

Tuttavia, e ciò è stata l'ironia della sorte, la migliore conoscenza della Terra scaturita dalla missione decretò che la premessa sulla quale essa era fondata era sbagliata: tutti i meridiani sono differenti l'uno dall'altro, e i differenti archi dello stesso meridiano sono unici! La Terra (pur trascurando i rilievi) non è infatti un ellissoide perfetto. Le disomogeneità di massa fanno sì che la sua superficie equipotenziale (ovvero, detto alla buona, quella sulla quale l'acqua rimarrebbe in equilibrio) abbia una forma tutt'altro che semplice e quindi difficilmente parametrizzabile, a cui è stato dato il nome di *geoida*. (Per inciso, tali disomogeneità comportano che anche l'accelerazione di gravità differisca fra luoghi diversi situati sullo stesso parallelo e al livello del mare.)

L'irregolarità della forma della Terra minava alle basi la definizione del metro: esso aveva quindi una incertezza intrinseca, tale che prima o poi l'avrebbe reso inadatto allo scopo per il quale era stato creato. E difatti, dopo la famosa missione di Delambre e Méchain, mai più fu eseguito un riscontro fra metro e decimilionesimo del quarto di meridiano e finalmente, ricordiamo, nel 1889 il metro venne ridefinito facendo riferimento alla famosa barra di platino del 1799 e non più al meridiano.

Di fatto, l'idea che l'unità di lunghezza potesse essere effettivamente il decimilionesimo del quarto di meridiano era durata giusto il tempo per realizzare il primo campione (sbagliato) basato su di essa.



Differenze fra la superficie equipotenziale della Terra ('geoide') e quella dell'ellissoide che meglio la approssima.

9. Conclusioni

È un dato di fatto che l'unità di lunghezza scelta nel 1791 dall'Accademia delle Scienze francese, e chiamata metro solo due anni dopo, differisce di soli sei millimetri dal pendolo del secondo, il grande protagonista del pensiero metrologico del '600 e '700, oggi dimenticato e nel quale ci siamo imbattuti per caso, cercando di dare una risposta alla domanda "*perché il metro batte il secondo?*". Siccome nessun documento ufficiale afferma che la cosa sia stata così voluta da chi inventò il metro, lasciamo libero il lettore di credere se il metro sia stato basato sul secondo o se la scelta del decimilionesimo del quarto di meridiano sia stata effettuata in modo assolutamente autonomo. Riteniamo, invece, praticamente certo che l'unità di lunghezza proposta nel *Rapport sur le choix d'une unité de mesure* sia stata escogitata per giustificare la spedizione del meridiano del 1792-1798 e che essa sia stata la causa del fatto che gli americani abbiano mantenuto le unità inglesi. Insomma, il *metro cattolico di Burattini* con suddivisione *decimale* sarebbe stato a nostro avviso una scelta decisamente più saggia.

Concludiamo facendo notare al lettore che protende per l'ipotesi di un metro derivante dal secondo, che forse gli farà piacere pensare che alla base del sistema utilizzato in quasi tutto il mondo ci sono, in ultima analisi, i battiti del nostro cuore. Forse un ulteriore supporto al famoso detto di Jean Jacques

Rousseau “*Niente è meno in nostro potere del cuore, e lontani dal comandarlo siamo forzati ad obbedirgli*”.

Bibliografia

- Agnoli P., D'Agostini G., 2004, *Why Does the Meter Beat the Second?*, arXiv:physics/0412078v2, (<http://xxx.sissa.it/abs/physics/0412078>).
- Alder K., 2002, *La misura di tutte le cose*, Milano, Rizzoli (per chi vuole approfondire lo studio si raccomanda la versione originale inglese, *The measure of all things*, dotata di illustrazioni e di un utile indice analitico spariti nella traduzione italiana).
- Guedj D., 2004, *Il metro del mondo*, Milano, Longanesi.
- Heilbron J. L., 1990, *The Measure of Enlightenment*, in *The Quantifying Spirit in the 18th Century*, edito da Frängsmyr T., Heilbron J. L. e Rider R. E. (versione online in <http://content.cdlib.org/xtf/view?docId=ft6d5nb455&brand=eschol>).
- Rete di Eratostene, <http://www.vialattea.net/eratostene/>

**Paolo Agnoli
Giulio D'Agostini**