

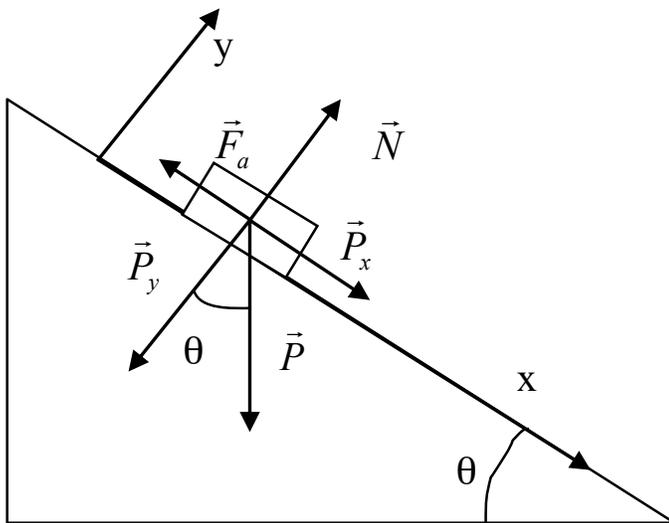
### Esercitazione di Meccanica 3

## Studio del moto di un carrello su di un piano inclinato

### Scopo dell'esperienza:

- Studio e calibrazione dello strumento per misurare posizione, velocità e accelerazione di un carrello;
- Studio delle equazioni orarie del moto di un carrello che si muove su un piano inclinato con piccolo attrito;
- misura dell' accelerazione di gravità con metodi diversi.

### Le equazioni orarie di un carrello che scivola su un piano inclinato:



Vi sono tre forze in gioco: la forza peso, la reazione vincolare e la forza di attrito dinamico. Se proiettiamo il secondo principio della dinamica lungo gli assi indicati in figura abbiamo:

$$\begin{cases} ma_x = F_{tox} = mg \sin \theta - F_d \\ ma_y = 0 = F_{toy} = N - mg \cos \theta \end{cases}$$

La forza di attrito dinamico vale

$$F_d = \mu_d N$$

Quindi la seconda legge lungo  $x$  diventa

$$ma_x = mg \sin \theta - \mu_d mg \cos \theta$$

e cioè

$$a_x = g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta)$$

Nel caso in cui il carrello avesse una velocità iniziale negativa (cioè verso l'alto) la forza di attrito dinamico (che ha verso opposto alla velocità) avrebbe avuto segno positivo. In questo caso l'accelerazione totale risulta essere:

$$a_x = g(\sin \theta + \mu_d \cos \theta)$$

Se l'angolo è piccolo possiamo approssimare

$$a_x = g(\theta \pm \mu_d) ,$$

che è un'approssimazione con un errore minore dello 0.5% per angoli al di sotto di 10° (0.18 radianti).

Se  $\theta = 0$ , dall'accelerazione è possibile estrarre  $\mu_d$ .

Visto che le incognite sono due, servono comunque almeno due misure di accelerazione per estrarre l'accelerazione di gravità. Esse possono essere rappresentate da misure di accelerazione per due angoli diversi oppure misure dell'accelerazione di discesa e di salita del carrello dopo che è rimbalzato a fine corsa.

## Calibrazione della misura di lunghezza dello strumento

Lo strumento (sonar) che permette di misurare la posizione del carrello ad istanti diversi va calibrato. Il piano inclinato è dotato di una scala millimetrata che permette di confrontare la distanza del carrello misurata dallo strumento con lunghezze di riferimento. Dal grafico, che rappresenta la distanza in funzione delle lunghezze di riferimento, si estrae la retta di calibrazione del tipo

$$x_{\text{riferimento}} = \alpha x_{\text{misurata}} + \beta$$

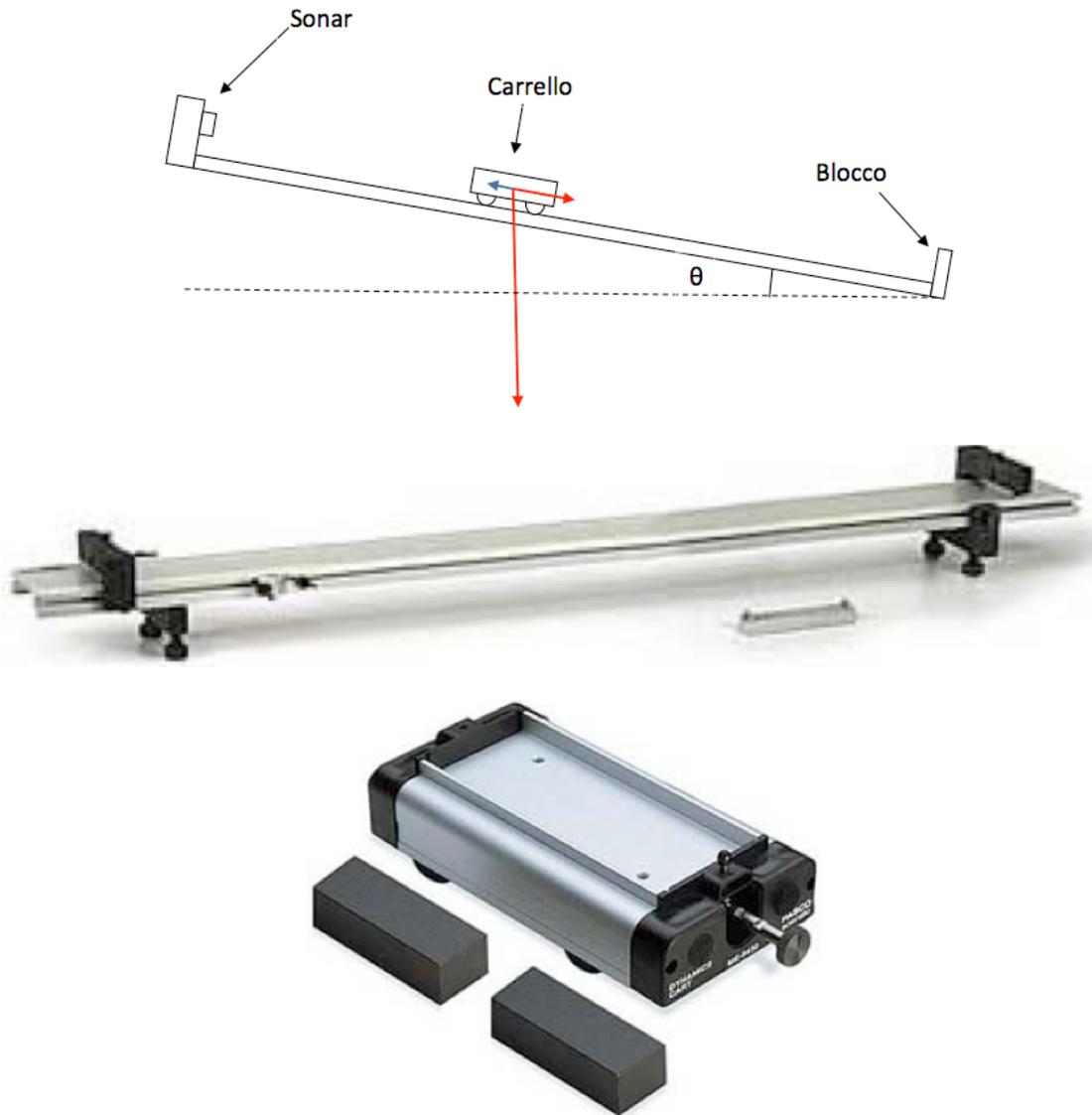
Dallo studio del grafico è possibile estrarre i coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  con l'errore. La retta di calibrazione si deve utilizzare anche nella misura dell'accelerazione (poiché il programma deriva l'accelerazione come rapporto incrementale di lunghezze e tempi).

$$a_{\text{riferimento}} = \alpha a_{\text{misurata}}$$

## Apparato sperimentale:

- Una guida inclinata lunga circa 2 m sulla quale può scorrere un carrello dotato di ruote per ridurre l'attrito;
- Sensore (sonar) in grado di misurare la posizione del carrello (1D) a tempi diversi, interfacciato con un PC.

- Grazie a un programma che gira sul PC, e' possibile calcolare posizione, velocita' e accelerazione (derivando in modo numerico) e visualizzarle in forma di tabelle o grafici.
- Una squadra e un metro per misurare la quota di punti diversi del carrello.
- Una livella per verificare che il piano sia perfettamente in posizione orizzontale per misure di calibrazione iniziale.



**NOTA BENE:** la guida soffre di deformazioni e non e' perfettamente piana (esempio: catenaria). Cio' influenza la determinazione della posizione con il sonar e modifica le equazioni orarie rispetto al caso ideale.

## Operazioni:

### 1. Configurazione dell' acquisizione e calibrazione degli strumenti

- a. Configurare il programma di acquisizione e regolare la frequenza di campionamento a 20Hz.

- b. Orientare l' emettitore e l'ampiezza del cono in modo che il sistema dia una misura stabile per tutto l'intervallo di posizioni del carrello. Se a grandi distanze le misure risultano ancora poco stabili, ridurre l' intervallo (non scendere sotto i 150 cm). Successivamente vincolare la scala della posizione misurata dal sensore a 1 m utilizzando il programma in modalità *calibrazione*.
  - c. Fissare la calibrazione *software* del sonar. Mettersi a un metro esatto di distanza dal sensore e fissare questo valore andando nel menu' "sensore di moto rettilineo" -> "calibrazione".
  - d. Calibrare la misura in posizione del sonar. Misurare la posizione di 6 punti (50-150cm) equidistanti prendere 100 misure (acquisizione di 5 s).
  - e. Calcolare media e deviazione standard di ogni punto utilizzando il programma.
  - f. Analizzare gli istogrammi di ciascun punto. In caso di andamenti multimodali, incrementare l'incertezza rispetto alla deviazione standard della media.
  - g. Tracciare la retta di calibrazione. Estrarre il coefficiente di calibrazione con l'errore. Utilizzarlo nelle misure successive di accelerazione.
  - h. Trovare la posizione per cui il piano e' orizzontale. Usare la livella (porla nel punto medio della guida). Misurare le quote degli estremi della guida. Saranno i riferimenti per inclinare il piano ad angoli diversi.
2. **Misura di  $g_u$ .**
    - a. Quando il piano orizzontale, misurare l'accelerazione del carrello dopo averlo messo in moto con una velocita' piccola. Ripetere l' operazione 5 volte. Estrarre  $g_u$
  3. **Misura dell'accelerazione di gravita' con la misura dell' accelerazione ad un angolo specifico**
    - a. Fissare un angolo (per esempio  $\theta=0.02$ ) e misurare l'accelerazione (media dei valori misurati prima che il carrello sbatta sul sostegno).
    - b. Ripetere l'operazione per almeno 10 volte (riposizionare il piano inclinato ogni volta e rimisurare l' angolo).
    - c. Estrarre l'accelerazione di gravita' combinando con  $g_u$  trovato nel punto precedente.
  4. **Determinazione simultanea dell'accelerazione di gravita' e del coefficiente di attrito variando l'angolo del piano inclinato**
    - a. Misurare l'accelerazione al variare dell'angolo di inclinazione. Prendere misure per una decina di angoli fino a un massimo di  $\theta=0.1$ .
    - b. Fare un grafico dell'accelerazione in funzione dell'angolo di inclinazione.
    - c. Estrarre l'accelerazione di gravita' dal coefficiente angolare della retta che meglio approssima i punti
  5. **Determinazione dell'accelerazione di gravita' dalla differenza tra l' accelerazione nel tratto discendente e quella del tratto ascendente.**
    - a. Con un angolo di circa 0.05 radianti, misurare tutto il moto, anche nei successivi rimbalzi. Ripetere per circa 10 volte.
    - b. Misurare l'accelerazione nei tratti discendente e ascendente.
    - c. Dalla differenza, estrarre l'accelerazione di gravita'.
  6. **Facoltativo: misurare coefficiente di restituzione ( $\epsilon$ ) dell' urto del carrello con il sostegno ( $E' = \epsilon^2 E$  dopo l' urto)**