## The vacuum and the cycloid: Torricelli and Pascal

the experiment on the vacuum, venue d'Italie, is reproduced and extended by Pascal, 1646.

A test-tube of length > 76 cm filled with mercury and reversed on a basin filled by mercury Does NOT empty below the level of  $\sim 76 \text{cm}$  and above looks 'empty',

In the Nouvelles expériences touchant le vide, 8 ottobre 1647, P. describes 8 experiments. Concludes that in the in apparent vacuum no known substance remains.

Therefore conventionally he will call it vacuum.

No attribution of the phenomenon to air pressure. No quote of Torricelli.

Already on ~20/oct/1647 E. Noël, jesuit and aged rector of the "Collège de Clermont", who 36 years earlier had Descartes among his pupils, interprets Pascal's vacuum letterally rather than an abbreviation and disgrees.

Aristoteles teaches that vacuum is impossible, not just abhorred.

Noël's thesis is:

Mercury drops creating an apparent vacuum and 'exercizes violence' on the testtube while generating apparent vacuum and thus 'extracts purified air hidden if its pores'.

Given the misunderstood vacuum definition, this could be an answer

However the thesis rests on arguments (not acceptable by Pascal), like:

There is matter "because light goes through it":

puisque la lumière, ou plutôt l'illumination est un mouvement luminaire des rayons, composés des corps lucides qui remplissent les corps transparens, et ne sont mus luminairement que par d'autres corps lucides, comme la poudre Daris [limatura di ferrol n'est remuée magnétiquement que par l'aimant: or cette illumination se trouve dans l'intervalle abandonné du vif-argent;

Adottando alcune obiezioni al vuoto, che P. contesta nelle "Nouvelless ...", scarta Qu'une matière imperceptible, inouïe et inconnue à tous les sens, remplit cet espace perché nessuno la considera valida:

Forse per evitare di includere Cartesio nella discussione.

Lincei, Sett 29, 2023

5/39

## Pascal 24-enne risponde a Noël

E certamente urtò la sensibilità del Noël, premettendo e spiegando:

'non si deve dare un giudizio positivo o negativo senza che siano verificate condizioni tali che appaia talmente chiaro e distinto che non si possa dubitarne'.

Ripete la definizione di vuoto: (spazio privo di qualsiasi materia nota): che era stata fraintesa dal Noël.

Critica le ragioni del Noël basate sulla trasparenza alla luce e sull'inerzia del moto del mercurio al riempimento del vuoto.

E commenta che si devono prima definire lo spazio vuoto, la luce e il movimento

Poi mostrare che la penetrazione della luce in uno spazio vuoto e il non istantaneo moto di un corpo in esso sono proprietà in chiaro contrasto con lo spazio vuoto.

Lincei, Sett 29, 2023

7/39

Impartisce 'lezioni' quali: "non è molto difficile spiegare un effetto se si suppone la materia, le qualità e la natura delle qualità della sua causa"

Conclude .. on ne peut vous refuser la gloire d'avoir soutenu la physique péripatéticienne, aussi bien qu'il est possible de le faire ... et je trouve que votre lettre n'est pas moins une marque de la foiblesse de l'opinion que vous défendez, que de la vigueur de Votre esprit.

Noël risponde immediatamente qualificando la lettera di P. "vraiment docte, claire et courtoise".

Accetta la definizione di Pascal di vuoto, ammettendo di non averla ben intesa

Aderisce alla teoria di Cartesio (basata sui tre elementi costitutivi del 'mondo': "fuoco" o "etere", "aria" e "terra"), [?].

Sostiene quindi come nella provetta coesista un miscuglio di aria, fuoco e terra.

Agli assai accurati e precisi esperimenti di P., progettati per verificare fenomeni generali e basati sul controllo rigoroso di ipotesi e dati, contrappone uno suo.

Che proverebbe che aria è intrinsecamente contenuta nell'acqua (da non confondere con l'aria, eventualmente, in soluzione).

[Correttamente mostrato non rilevante da P. (e ben descritto da Aleotti, 1647); é (dal 1796) l'"effetto Venturi".]

A questo Noël fa seguire un'ingegnosa descrizione del termometro, basata sulla ricezione di 'particelle ignee'.

È esempio, oltre alla luce, di esistenza e azione sulla materia da parte di enti invisibili ma certamente esistenti.

Ironizza: dire che non c'è materia nota è:

je ne sais pas quelle distance il y a entre Saturne et les étoiles; donc il n'y en a point.

Esamina poi le "Nouvelles expériences ..." attribuendole a effetti del peso dell'aria.

### È una novità!

non attribuisce, a differenza della prima lettera, l'altezza del mercurio a trazione dal corpo che riempie il vuoto apparente, ma al peso dell'aria sul mercurio della conca.

Ritorna poi sulla sua definizione di luce, e delle sue proprietà e conclude acidamente:

Ceci est court, mais suffisant pour des personnes capables et intelligentes, comme celle à qui j'ai l'honneur d'écrire. Il ripensamento di Noël induce a osservare che la proposta della grande esperienza del Puy de Dôme, di poco successiva e formulata il 15nov, sia la prima volta in cui P. aderisce alla teoria del peso dell'aria:

#### le date rilevanti sono

```
\sim 25/\mathrm{set}/1647 \; \text{(Cartesio raccomanda l'esperienza)} \\ 8/\mathrm{ott}/1647 \; \text{(le "Nouvelles.." non accennano all'aria)} \\ < 10/\mathrm{nov}/1647 \; \text{(seconda lettera di Noël: ruolo dell'aria)} \\ 15/\mathrm{nov}/1647 \; \text{(proposta esperienza del Puy de Dôme)}
```

Il silenzio sul ruolo dell'aria è forse dovuto alla cautela di P. affinché la teoria appaia talmente chiara e distinta che non si possa dubitarne.

Ma anche si può sostenere che il crescente interesse per la questione, e le adesioni più o meno chiaramente espresse da più parti, abbiano indotto P. (inizialmente reticente sul peso dell'aria, [?]) a dichiarare le sue idee e affrontare la prova sperimentale.

Certo l'incoraggiamento di Cartesio, la posizione di Noël, e l'adesione dei matematici Roberval, Mersenne ... devono aver influito, e.g. [?].

Esiste una terza possibilità: P. si sarebbe convinto a esporre il ruolo del peso dell'aria dopo, intorno al marzo 1948.

E per non perdere la sua priorità, in pericolo per la crescente accettazione delle idee sul peso del'aria, avrebbe proposto la grande esperienza, MA la richiesta sarebbe stata antedatata al 15 novembre 1647, (la versione nota non è autografa, e.g. [?]).

Mentre la prima interpretazione del silenzio di P. è convincente, gli argomenti, pur dettagliati, per le altre due, [?, ?], certo invitano ad approfondimenti

La polemica sarebbe finita qui per richiesta di Noël a P. di non rispondere. Ma N. volle continuare pubblicamente.

Nel maggio/1648 scrive l'opuscolo "Le plein du vide": ove vuol mostrare la "falsità" dei fatti di cui la Natura è accusata e le "imposture" delle relative testimonianze.

Senza nominare P. lo presenta implicitamente come responsabile.

Illustra nuovamente la sua teoria della luce con i suoi 'spiriti ignei' che proverebbero che nell'aria ci sia del fuoco, che se ne può separare in forma di 'aria sottile' (etere).

[È un riferimento quasi letterale alla teoria del "Traité de la lumière" di Cartesio.]

Riprende l'interpretazione dell'esperienza di Torricelli attribuendo all'etere tutte le proprietà utili a spiegare il fenomeno.

Lascia da parte il ruolo del peso dell'aria: esaminando in dettaglio le 8 esperienze di P. regredisce alle idee della prima lettera.

Reagirà P.: scrivendo, marzo 1648 al matematico Le Pailleur, sottolinea che N. ritorna all'azione sollevatrice (legèreté mouvante) della materia contenuta nel vuoto.

Nella lettera P. onora l'opera del grand Toricelli, citandolo per la prima volta.

Nel luglio/1651, V.Magni, cappuccino e matematico milanese, fu da un gesuita presentato come esecutore delle esperienze di T. e Pascal fu accusato come plagiario.

E in una lettera P. si difende dall'accusa che iniziava: Il y a de certaines personnes aimant la nouveauté, qui veulent se dire les inventeurs d'une certaine expérience dont Toricelli est l'auteur.... Qui Torricelli è presentato da P. come fisico e riceve pieno riconoscimento per la sua scoperta, e lusinghieri commenti personali.

Tutto cambia nel giugno/1658 quando si manifesta rinnovato interesse di P. per Torricelli quale matematico.

A seguito della sua iniziativa di indire un concorso a premi per chi risolverà, entro l'1/ottobre/1658, una serie di problemi sulla *cicloide*: aperto a tutti.

#### Cicloide

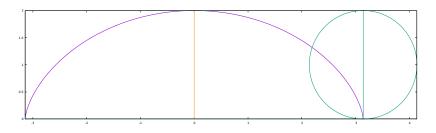


Figure: cicloide e ciclo generatore

Nel quadro si illustra la cicloide (in bruno) con base  $[-\pi,\pi]$  e ciclo generante (in verde) di raggio 1 e diametro 2.

Solo 10 giorni dopo la scadenza dei termini Pascal pubblica la Histoire de la Roulette.

- 1) la sua definizione è attribuita a Mersenne: ma Torricelli e Cavalieri ricordano che Galileo ne studiò l'area (chiamandola cicloide) fin dalla fine del '500, sperimentalmente, e la trovò "quasi" 3 volte quella del cerchio generante.
- 2) Ricorda che il celebre matematico Roberval ottenne la quadratura nel 1634 (su richiesta di Mersenne del  $\sim$ 1628) ma non ne divulgò il valore se non nel 1638 (pur tacendo il metodo).

- 3) Continua: presto Fermat e Cartesio confermano e pubblicano le loro soluzioni: quella di Roberval sarà divulgata dal discepolo F.Du Verdus solo nel giugno 1644, dopo la soluzione di Torricelli, (aprile 1643).
- 4) Afferma che nel 1638 il matematico J.de Beaugrand portò a Galileo le 2 prove ma senza nominarne gli autori e P. azzarda: 'forse cercando di esserne lui stesso' accreditato come autore', da un sospetto (?) espresso da Roberval a Mersenne in una lettera del 1643.

In questa lettera Roberval aveva esaminato, su richiesta di Mersenne, lo studio della cicloide e altri risultati di T. sostenendo che molti erano contenuti nei suoi lavori.

Il contenuto pervenne a Torricelli che scrisse a Roberval, ottobre 1643, intendendo che le sovrapposizioni, ove esistenti, erano dovute alla sua non conoscenza dei relativi risultati di Roberval, Fermat e Cartesio.

- 5) Nel 1644 Torricelli pubblicò la "Geometria" in cui, fra l'altro, calcolava l'area della cicloide,
- 6) La storia prende a questo punto un tono sorprendente; P. riporta, adottandolo, gran parte del contenuto di uno scritto a volte impropriamente presentato come risposta di Roberval alla appena citata lettera di T.

Qui Roberval inizia "fuori tema" e dice che, pur spettando a Cavalieri l'invenzione del metodo degli indivisibili, è pur vero che da anni lui usava questo metodo, pur non avendolo pubblicato!. E poi R. continua a lungo accusando T. ripetutamente di plagio, elencando, con dovizia di dettagli, i suoi risultati su vari problemi di geometria (molti contenenti risultati della 'Geometria' di T.).

- 7) E P. riferisce e fa suoi, di fatto in modo acritico, molti dettagli di questa lettera, durissima oltre misura,.
- 8) Certamente riferendosi anche a voci di corridoio circolate fin dall'arrivo a Parigi della "Geometria" di Torricelli, insiste nell'accusarlo di disonestà e plagio.

Le accuse sorprendono non solo perché Pascal solo 10 anni prima e ben dopo le soluzioni di Fermat, Cartesio, R., T. riconosceva il faentino, con ammirazione, come "le grand Toricelli".

- 9) Sostiene che T. avrebbe ottenuto possesso delle carte, che de Beaugrand avrebbe dato a Galileo: con la quadratura della cicloide priva dei nomi degli autori.
- 10) E, senza prove, afferma che T., atteso qualche tempo, il crut qu'il y avoit assez de temps passé que la mémoire en fût perdue et ainsi il pensa en profiter.

P. afferma ciò su base facilmente riconducibile alla sola su citata lettera di Roberval e anche in conflitto con documenti allora disponibili.

11) Poi rincara: "quindi" Torricelli si appropria del risultato e attribuisce a Galileo ciò che spetta a Mersenne e a se quello che spetta a Roberval: ma nessun dato o citazione segue.

- 12) Aggiunge che il libro di T. fu ricevuto, per la cicloide, come un argomento di risate, perché in Francia tutti erano consapevoli della soluzione già dal 1640.
- 13) Ammette che a Roberval e Mersenne T. riconobbe priorità sulla quadratura: in una lettera esistente, ma non pubblicata

ce qui á été cause que par mes premiers écrits je parle de cette ligne [la cicloide] comme étant de Toricelli. Come abbia dapprima creduto che "la linea (cicloide) appartenesse a Torricelli"?

Pur essendo lui in Francia e vicino a tanti che conoscevano, dal 1638 almeno, il risultato di Roberval e, almeno nel 1644, 'ridevano' di Torricelli ?.

E se, alla pubblicazione di T. (1644), neppure lui conosceva a chi 'appartenesse la cicloide" perché accusarlo?: come sottolineato dai primi difensori di T. 14) Prima di procedere lancia una ultima critica a Torricelli: dice

... et ne pouvant plus passer, auprès de ceux qui savoient la vérité, pour auteur de la dimension de l'espace de la roulette ..

T. propose calcolo del volume del solido ottenuto ruotando la cicloide attorno all'asse (maggio 1644).

Potè solo trovare un'approssimazione: e P. azzarda senza prove: ratus errorem illum a nemine refelli posse ne fornì il rapporto,  $\frac{11}{18}$ , al volume del cilindro circoscritto.

(15) Prontamente !! (MA solo nel gennaio 1646, circa 1.5 anni dopo !) Roberval inviò il valore x esatto

$$x = \frac{3}{4} - \frac{4}{3} \frac{1}{\pi^2} \neq \frac{11}{18}$$

Questo valore è comunicato nella ultima lettera di Roberval certamente ricevuta da Torricelli, ma NON il metodo: è invece accompagnato da un insolente (e ovvio).

"Se  $\frac{11}{18}$  fosse vero allora  $\pi$  sarebbe uguale a  $\frac{12}{\sqrt{15}}$ ".

La Histoire de la Roulette si conclude con il riassunto di 'chi ha fatto cosa'.

Scaduti i termini del concorso, i lavori furono esaminati e tutti i concorrenti furono esclusi compreso il celebre Wallis.

Poi nel gennaio 1659 P. pubblicò la promessa soluzione ai problemi del concorso e Wallis tornerà a commentare la storia della cicloide.

Lincei, Sett 29, 2023

Wallis scrive una estesa critica e una accurata e strenua difesa di Torricelli, nel preambolo del *Tractatus duo*.

Subito prega il tres docte personnage (Pascal) di non accusarlo di plagio qualora trovi, in quel che scrive, similitudini con i suoi scritti, 'come gà fece per Torricelli dopo tanti anni dalla sua morte'.

Chiede anche di non cercare di privarlo di risultati da lui conseguiti qualora ottenuti anche da Pascal e Roberval i quali, pur non pubblicando i loro, non sopportano che altri, ignari di questi, pubblichino i propri.

Avrebbe preferito che l'Autore della "Historiette ..." non avesse insultato Torricelli al quale non si vede perché debba essere proibito di trovare l'area della cicloide.

Domanda come mai avvenne a P. di ignorare il lavoro di Roberval credendo originale il contributo del faentino che a Parigi, 1644, suscitava l'ilarità.

E l'analisi di Wallis continua con altre critiche al "molto celebre personaggio".

É utile aggiungere alle prime testimonianze 'pro Torricelli' quelle elencate Carlo Dati a "Filalete" (per antonomasia Alessandro Filalete è l'"amante del vero") (1663).

Ove fra l'altro viene menzionato che le carte di Galileo non furono consegnate a Torricelli: 'perché furono sempre e sono ancora presso agli eredi'.

Attraverso vari documenti e testimonianze emergono le ragioni di Torricelli e la sua indipendenza scientifica e che, invece, si può addirittura parlare di plagi da parte di Roberval, complice Mersenne, su Torricelli. Le accuse di plagio a Torricelli gettano un'ombra su P. che, giovane ma gravemente infermo, a 3 anni dalla fine, si era dedicato alla cicloide per distrarsi da sofferenze dovute alla infermità.

Forse non valutò appieno il peso delle accuse o la necessità di addurne prove,

Invece volle aderire acriticamente alle accuse di Roberval: avanzate in una lettera quasi certamente mai spedita,[?, ?], e dalla quale Torricelli non aveva avuto modo di difendersi.

# Versione estesa (con ulteriori commenti e riferimenti) disponibile su https://roma1.infn.it/~gallavot/2023

o a richiesta

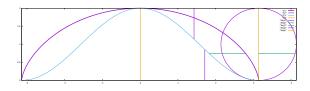


Figure: cicloide, compagna, ciclo e indivisibili: un rebus

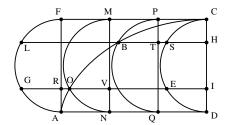


Figure: Torricelli: 'III dimostrazione', con indivisibili