Soluzione I Prova di " Bonus " per l'esonero dallo scritto del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare I
(A.A. 2012-2013)
mercoledì 10 Aprile 2013

Soluzione 1

a) Il numero di centri scatteratori:

$$N_B = \frac{S \cdot l \cdot \rho_{Cu}}{A_{Cu}} N_A = \frac{5\text{cm}^2 \cdot 0.7\text{cm} \cdot 8.9\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{63\,\frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6.022 \times 10^{23}\text{mol}^{-1} = 3.0 \times 10^{23}$$

b) La frazione del fascio che viene scatterata:

$$\frac{N_r}{N_f} = \sigma \cdot n_b \cdot l = \sigma \cdot \frac{N_B}{S} = 20 \times 10^{-27}\text{cm}^2 \cdot \frac{3.0 \times 10^{23}}{5\ \text{cm}^2} = 0.12\%$$

Soluzione 2

π^- e p interagiscono da fermi, quindi siamo nel C.M. con (c=1):

$$\sqrt{s} = E^*_{tot} = m_{\pi^-} + m_p = 1077.9\ \text{MeV}$$

$$p_{\pi^0} = p_n = p$$

Per la conservazione dell'energia:

$$\sqrt{s} = \sqrt{m_{\pi^0}^2 + p^2} + \sqrt{m_n^2 + p^2}$$

$$s = m_{\pi^0}^2 + m_n^2 + 2p^2 + 2\sqrt{\left(m_{\pi^0}^2 + p^2\right)\left(m_n^2 + p^2\right)}$$

$$s - m_{\pi^0}^2 - m_n^2 - 2p^2 = 2\sqrt{\left(m_{\pi^0}^2 + p^2\right)\left(m_n^2 + p^2\right)}$$

$$\left(s - m_{\pi^0}^2 - m_n^2\right)^2 + 4p^4 - 4p^2\left(s - m_{\pi^0}^2 - m_n^2\right) = 4m_{\pi^0}^2 m_n^2 + 4p^4 + 4p^2\left(m_{\pi^0}^2 + m_n^2\right)$$

$$s^2 - 2s\left(m_{\pi^0}^2 + m_n^2\right) + \left(m_{\pi^0}^2 - m_n^2\right)^2 = 4p^2 s$$

$$p = \frac{\sqrt{s^2 - 2s\left(m_{\pi^0}^2 + m_n^2\right) + \left(m_{\pi^0}^2 - m_n^2\right)^2}}{2\sqrt{s}} = 28.0\ \text{MeV}$$

i) $E_{\pi^0} = \sqrt{m_{\pi^0}^2 + p^2} = 138$ MeV; $\beta_{\pi^0} = \frac{p}{E_{\pi^0}} = 0.203$ → $v_{\pi^0} = 6.10 \times 10^7 \frac{m}{s}$;

ii) $T_n = E_n - m_n = \sqrt{s} - E_{\pi^0} - m_n = 0.42$ MeV;

iii) $L = v_{\pi^0}(\gamma_{\pi^0}\tau_{\pi^0}) = v_{\pi^0}\frac{E_{\pi^0}}{m_{\pi^0}}\tau_{\pi^0} = 6.2$ nm;

iv) Nel sistema di riferimento in cui il π^0 è fermo, l'energia dei due fotoni vale:

$$E'_\gamma = p'_\gamma = \frac{m_{\pi^0}}{2}$$

Con la T.L. ottengo l'energia dei fotoni nel sistema con il π^0 in movimento:

$$E_\gamma = \gamma_{\pi^0}\left(E'_\gamma + \beta_{\pi^0} p'_\gamma \cos\theta'\right) = \frac{E_{\pi^0}}{2}(1 + \beta_{\pi^0}\cos\theta')$$

L'energia è massima per $\theta'=0$ (emissione del fotone in avanti):

$$E_{\gamma,max} = \frac{E_{\pi^0}}{2}(1 + \beta_{\pi^0}) = 83 \text{ MeV}$$