Soluzioni della Prova scritta del Corso di Fisica Nucleare e Subnucleare I
(Primo Appello A.A. 2013-2014)

Lunedì 7 Luglio 2014

Problema 1

In una macchina a fasci incrociati, un fascio di elettroni di energia E_1 = 9 GeV viene fatto collidere con un fascio di positroni di energia E_2 = 3 GeV. Calcolare:

a) l'energia E_{cm} nel centro di massa;
b) la velocità β_{cm} del centro di massa nel sistema di riferimento del laboratorio.

Se in seguito ad una collisione viene prodotta una coppia particella-antiparticella, ciascuna di massa m = 5 GeV/c^2, a 90° nel centro di massa rispetto alla direzione dei fasci, calcolare nel sistema di riferimento del laboratorio:

c) l'impulso trasverso $\vec{p}_T$ di ciascuna particella;
d) l'impulso longitudinale $\vec{p}_L$ di ciascuna particella.

Soluzione 1

Il modulo dell'impulso di elettroni e positroni (m_e = 0.511 MeV/c^2), nel sistema di riferimento del laboratorio, è

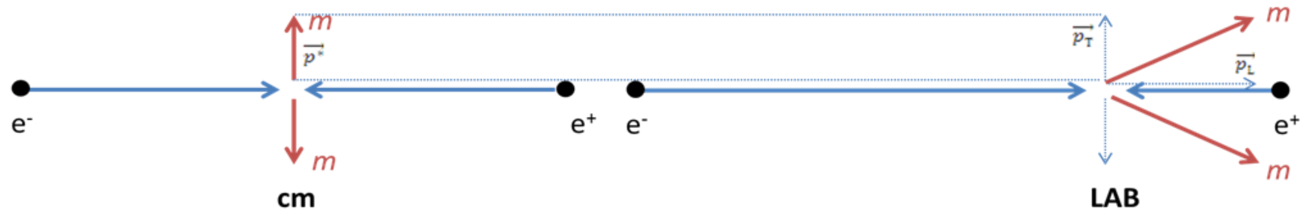
$$p_1 = \sqrt{\frac{E_1^2}{c^2} - m_e{}^2c^2} \cong \frac{E_1}{c} = 9\ \text{GeV/c}; \qquad p_2 = \sqrt{\frac{E_2^2}{c^2} - m_e{}^2c^2} \cong \frac{E_2}{c} = 3\ \text{GeV/c}.$$

L'energia nel centro di massa è

$$E_{\text{cm}} = \sqrt{(E_1+E_2)^2 - |\vec{p_1}+\vec{p_2}|^2c^2} = \sqrt{(E_1+E_2)^2 - (p_1-p_2)^2c^2} = \sqrt{(9+3)^2-(9-3)^2}\ \text{GeV} = \boxed{10.4\ \text{GeV}}.$$

La velocità del centro di massa nel sistema di riferimento del laboratorio è

$$\beta_{\text{cm}} = \frac{|\vec{p_1}+\vec{p_2}|c}{E_1+E_2} = \frac{6\ \text{GeV}}{12\ \text{GeV}} = \boxed{0.5}.$$



Nel sistema di riferimento del laboratorio, il modulo dell'impulso trasverso delle particelle prodotte è

$$p_T = p^* = \sqrt{\frac{1}{c^2}\left(\frac{E_{cm}}{2}\right)^2 - m^2c^2} = \boxed{1.41\ \text{GeV/c}},$$

dove p^* è il modulo dell'impulso, nel sistema di riferimento del centro di massa, delle particelle prodotte.

Nel sistema di riferimento del laboratorio, il modulo dell'impulso longitudinale delle particelle prodotte è

$$p_L = \frac{|\vec{p_1}+\vec{p_2}|}{2} = \frac{p_1-p_2}{2} = \boxed{3\ \text{GeV/c}}.$$

Problema 2

Una sorgente di potenza $P = 10^{-4}$ W emette isotropicamente raggi X di energia $E = 10$ keV. La sorgente è schermata da un involucro che ha un foro di raggio $r = 0.5$ cm a distanza $l = 10$ cm dalla sorgente. Un rivelatore di spessore $d = 2$ cm riempito con un gas è in posizione adiacente al foro e lo copre completamente. Il coefficiente di assorbimento dei raggi X nel gas è $\mu = 0.04$ cm^{-1}. Calcolare:

a) il flusso ϕ_X di raggi X che investe il rivelatore;

b) il flusso ϕ_E di energia che investe il rivelatore;

c) la frequenza di interazioni nel rivelatore.

Soluzione 2

Il flusso di raggi X che investe il rivelatore è

$$\phi_X = \frac{P}{E 4\pi l^2} = \frac{10^{-4}\ \mathrm{J\ s^{-1}}}{(10\times10^3\times1.6\times10^{-19}\mathrm{J})\times4\pi\times10^2\ \mathrm{cm^2}} = \boxed{5\times10^7\mathrm{s^{-1}cm^{-2}}}.$$

Il flusso di energia che investe il rivelatore è

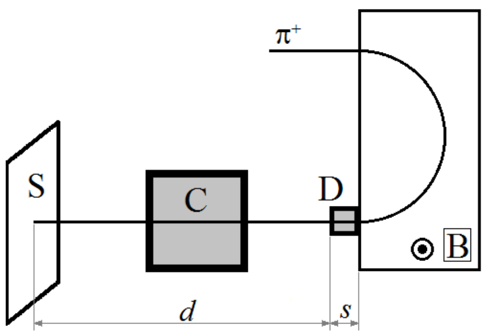
$$\phi_E = \phi_X \times E = \boxed{5\times10^{11}\ \mathrm{eV\ s^{-1}cm^{-2}}}.$$

La frequenza di interazioni nel rivelatore è

$$\frac{dN_r}{dt} = \phi_X\times N_b\times\sigma_b = \phi_X\times N_b\times\frac{\mu}{n_b} = \phi_X\times N_b\times\frac{\mu\times V}{N_b} = \phi_X\times\mu\times S\times d = \phi_X\times\mu\times\pi\times r^2\times d =$$
$$= 5\times10^7\mathrm{s^{-1}cm^{-2}}\times0.04\ \mathrm{cm^{-1}}\times\pi\times0.5^2\mathrm{cm^2}\times2\ \mathrm{cm} = \boxed{3\ \mathrm{MHz}}.$$

Problema 3

Mesoni π^+ con impulso $p_\pi = 1.1$ GeV/c entrano in un campo magnetico uniforme $B = 1.5$ T e dopo aver descritto una semicirconferenza colpiscono un rivelatore in carbonio (D) di spessore $s = 2$ cm, seguito da un rivelatore Cherenkov (C) e da uno schermo (S) posto a una distanza $d = 5$ m dal rivelatore D (vedi figura).



Calcolare:

a) La probabilità che i π^+ entranti nel campo magnetico raggiungano S senza decadere;

b) La perdita di energia nel rivelatore D;

c) L'indice di rifrazione minimo per cui i π^+ diano un segnale nel Cherenkov;

d) L'incertezza sulla posizione di arrivo dei π^+ sullo schermo S.

$[m_\pi = 140\frac{MeV}{c^2};\ \tau_\pi = 2.6\times10^{-8}s;\ \rho_C = 2.3\frac{g}{cm^3};\ Z_C = 6;\ A_C = 12;\ I_C = 60\ eV]$

Soluzione 3

a) Il raggio dell'orbita nel campo magnetico vale: $R[m] = \frac{p_\pi c[GeV]}{0.3\ B[T]} = 2.44\ m$

Lo spazio percorso dall'ingresso nel campo magnetico allo schermo è: $L = \pi R + s + d = 12.7\ m$

Detto t_0 il tempo trascorso nel sistema di riferimento della particella, si ha: $L = \beta\gamma c t_0 = \frac{p_\pi c}{m_\pi c^2} c t_0$

da cui: $t_0 = \frac{L}{\frac{p_\pi c}{m_\pi c^2}c} = 5.39\ ns$

La probabilità di arrivare allo schermo è quindi: $P = e^{-\frac{t_0}{\tau_\pi}} = 81.3\%$

b) Dalla Bethe-Bloch: $-\frac{dE}{dx} = 0.307\ \frac{MeV\ cm^2}{g}\ \rho_C \frac{Z_C}{A_C} \frac{z^2}{\beta^2}\left(\ln\frac{2\, m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I_C} - \beta^2\right)$;

con: $z = 1$; $\quad p_\pi = 1100\frac{MeV}{c}$; $\quad E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 c^4 + p_\pi^2 c^2} = 1108.9\ MeV$

$\rightarrow\ \beta = \frac{p_\pi c}{E_\pi} = 0.992$; $\quad \beta\gamma = \frac{pc}{m_\pi c^2} = 7.857$

$\rightarrow\ -\frac{dE}{dx} = 4.62\ \frac{MeV}{cm}$; $\quad \Delta E_\pi = -\frac{dE}{dx}\cdot s = 9.24\ MeV.$

c) Il valore di soglia per l'indice di rifrazione (trascurando la ΔE_π nel rivelatore D) vale: $n = \frac{1}{\beta} = 1.008$

d) Per effetto della diffusione coulombiana multipla nel rivelatore D, si ha: $\bar{\theta} = 21\ MeV\ \frac{z}{\beta pc}\sqrt{\frac{s}{X_0}}$

con $X_0 = \left(4 r_e^2 \alpha N_A \frac{Z^2\rho}{A} \ln\frac{183}{\sqrt[3]{Z}}\right)^{-1} = 22.5\ cm \quad \rightarrow \quad \bar{\theta} = 5.74\ mrad \quad \rightarrow \quad \Delta x = d\,\bar{\theta} = 2.9\ cm$

Problema 4

Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti.

i) per quelli proibiti, indicare **tutti** i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati;

ii) per quelli permessi, indicare la **forza** che media l' interazione.

1. $\pi^- + p \to n + \pi^0$	1. $\Delta^{++} \to p + \pi^+$
2. $e^- + p \to \nu_e + n$	2. $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_\mu + \bar{\nu}_e$
3. $\pi^+ + n \to \Sigma^0 + K^+$	3. $\pi^0 \to e^+ + e^- + \gamma$
4. $\pi^- + p \to \bar{K}^0 + n + \pi^0 + \Lambda$	4. $\Omega^- \to \Xi^- + \pi^0$
5. $\bar{p} + p \to \gamma + \gamma + \gamma$	5. $K^- \to \pi^- + \bar{K}^0$
6. $\bar{\nu}_\mu + n \to \mu^- + n + \pi^-$	6. $\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$

Soluzione 4

Reazioni:	1) Si, forte;	2) Si, debole;	3) Si, forte;	4) No: B, ΔS=2;	5) Si, e.m.;	6) No: L_μ, Q.
Decadimenti:	1) Si, forte;	2) No: L_μ;	3) Si, e.m.;	4) Si, debole;	5) No: ΔM;	6) Si, e.m.