

# Memento: cose note

- sezione d'urto
- vita media
- risonanze
- matrice  $S$  e probabilità di transizione
- regola d'oro di Fermi
- QED e diagrammi di Feynman

# Che cosa si misura: sezioni d'urto

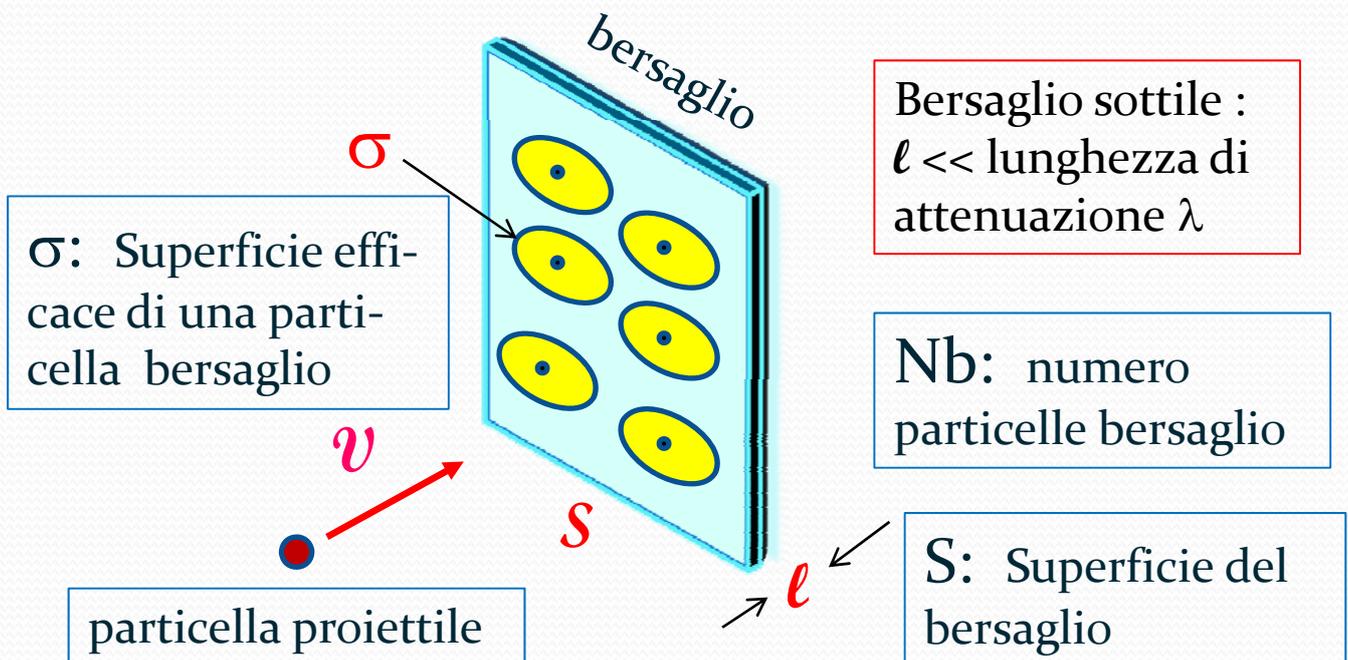
$a + b \rightarrow$  qualunque cosa

proiettile

bersaglio (target)

La sezione d'urto è la misura della probabilità di occorrenza di un dato processo

## Definizione geometrica della sezione d'urto



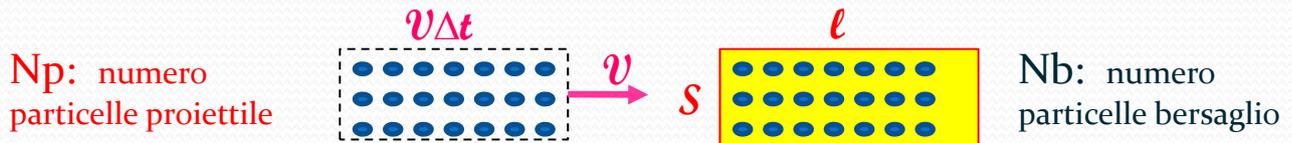
Probabilità che un proiettile subisca un urto con una particella del bersaglio

$$p = \frac{\text{area efficace}}{\text{area bersaglio}} = \frac{N_b \cdot \sigma}{S}$$

# sezione d'urto

$a + b \rightarrow$  qualunque cosa

bersaglio fisso



$$N_p = n_p \cdot S \cdot v \Delta t$$

$n_x =$  particelle per  
unità di volume

$$N_b = n_b \cdot S \cdot l$$

$\Phi = n_p \cdot v =$  flusso di particelle per unità di superficie

$$\Rightarrow N_p = \Phi \cdot S \cdot \Delta t$$

$$\left( N.B. \quad \lambda = \frac{1}{n_b \cdot \sigma} \right)$$

Calcoliamo il numero di interazioni ( $N_{eventi}$ )

$$N_{eventi} = N_p \cdot p = N_p \cdot \frac{N_b \cdot \sigma}{S} = \Phi \cdot S \cdot \Delta t \cdot \frac{N_b \cdot \sigma}{S} = \Phi \cdot N_b \cdot \sigma \cdot \Delta t$$



$$\sigma = \frac{N_{eventi}}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{1}{N_b}$$

Numero di interazioni  
nell'intervallo  $\Delta t$

$$\frac{N_{eventi}}{\Delta t} = \sigma \cdot \Phi \cdot N_b$$

Probabilità di interazione (transizione) per unità di tempo, per unità di area e per una sola particella bersaglio:

$$W = \sigma \cdot \Phi$$

# Che cosa si misura: vite medie

a → qualunque cosa

Decadimento di una particella instabile

$$dN = -\Gamma_{tot} \cdot N \cdot dt$$

Il numero di particelle che decadono è proporzionale al numero di particelle del campione (N) e all'intervallo di tempo (dt). La probabilità di decadimento ( $\Gamma_{tot}$ ) è indipendente dalla storia "passata".



$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\Gamma_{tot} \cdot t} \text{ (numero di particelle al tempo t)}$$

$\Gamma_{tot}$  = larghezza totale ( probabilità di transizione W)

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}} \text{ (vita media)}$$

Una particella può decadere in diversi stati finale.  
Ad ogni stato è associata una sua data probabilità di transizione (larghezza parziale).

$$\Gamma_{tot} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i \quad ; \quad \Gamma_i = \text{larghezza parziale.}$$

Rapporto di decadimento B.R. (Branching Ratio)

$$\text{B.R.} = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{tot}} \quad \left[ = \frac{N_i}{N_{tot}} \right]$$

# Risonanze di formazione



Sezione d'urto elastica



Sezione d'urto totale

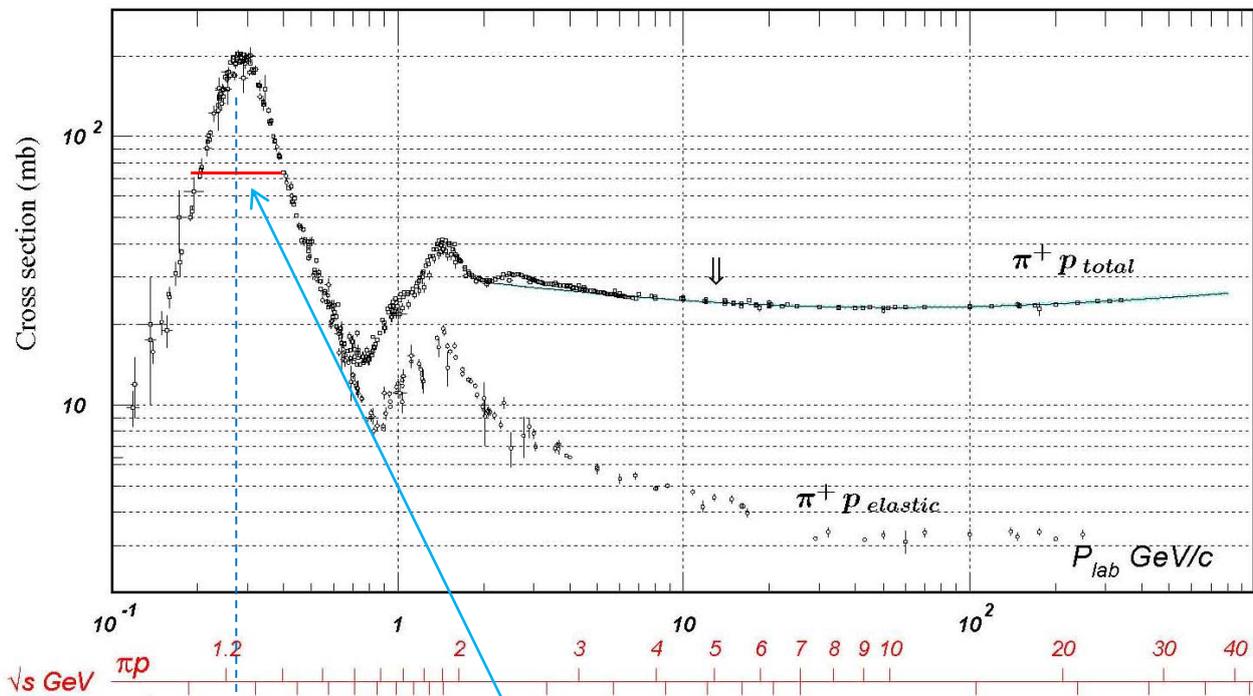
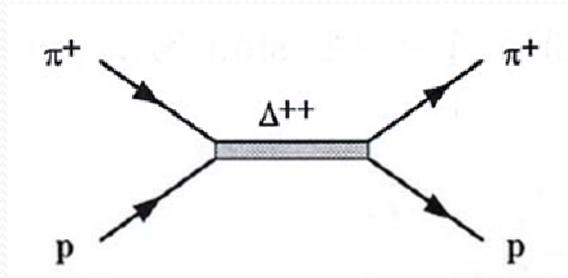
- Il processo di scattering avviene tramite la “**formazione**” di uno stato intermedio **R** risonante.
- La risonanza può decadere :
  - nelle stesse particelle dello stato iniziale (processo elastico)
  - in particelle diverse (processo anelastico)
- La risonanza è descritta dalla formula di Breit-Wigner:

$$\sigma(E) = \frac{4\pi\hbar^2}{p_{cm}^2} \frac{2J+1}{(2S_a+1) \cdot (2S_b+1)} \left[ \frac{\Gamma_{in} \cdot \Gamma_{fin}}{(E - M_R)^2 + \Gamma^2 / 4} \right]$$

- $p_{cm}$ : impulso del proiettile nel sistema del centro di massa
- $E$ : energia nel centro di massa ( $\sqrt{s}$ )
- $M_R$  : massa della risonanza
- $S_a, S_b$  : spin degli stati iniziali
- $J$  : spin della risonanza
- $\Gamma, \Gamma_{in}, \Gamma_{fin}$  : larghezza totale e larghezze parziali della ris.

# La risonanza $\Delta$

Picco nella sezione d'urto elastica  $\pi^+p$



$$M = 1232 \text{ MeV}$$

$$\Gamma_{\text{tot}} = 118 \text{ MeV}$$

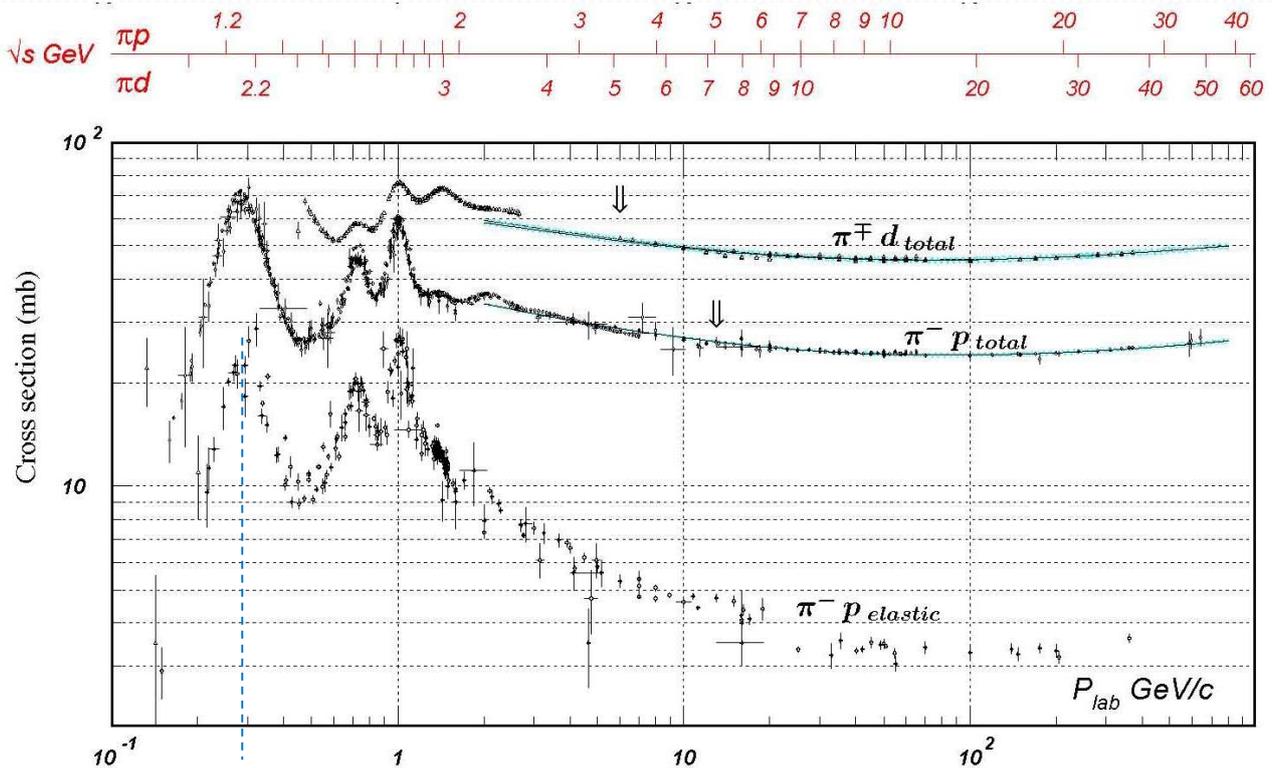
$$\sigma_{\text{picco}} = 195 \text{ mb}$$

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma_{\text{tot}}} = \frac{6.58 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}}{118 \cdot 10^6 \text{ eV}} = 5.6 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

- Dalla distribuzione angolare dei prodotti di decadimento si ricava che lo spin della  $\Delta$  è  $3/2$
- per  $\sqrt{s} < 1.4 \text{ GeV}$  la  $\sigma$  elastica e la  $\sigma$  totale coincidono.

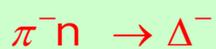
# La risonanza $\Delta$

Sezione d'urto  $\pi^-p, \pi^-n, \pi^+p, \pi^+n$



$M = 1232 \text{ MeV}$

La posizione del picco è la stessa



... anche la  $\Gamma_{\text{tot}}$  è la stessa.

$$\sigma_{\text{picco}} (\pi^-p \rightarrow \pi^-p) = 22 \text{ mb}$$

$$\sigma_{\text{picco}} (\pi^-p \rightarrow \pi^0n) = 45 \text{ mb}$$

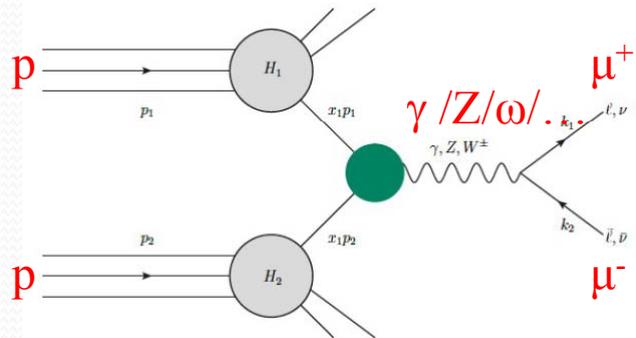
• N.B. Per il  $\pi p$  la  $\sigma$  elastica e la  $\sigma$  totale non coincidono.

• Domanda: perché le  $\sigma$  elastiche di  $\pi p$  e  $\pi^+p$  sono diverse? La risposta è nell'isospin della  $\Delta$ .

# ATLAS: 50 anni di storia in una trasparenza

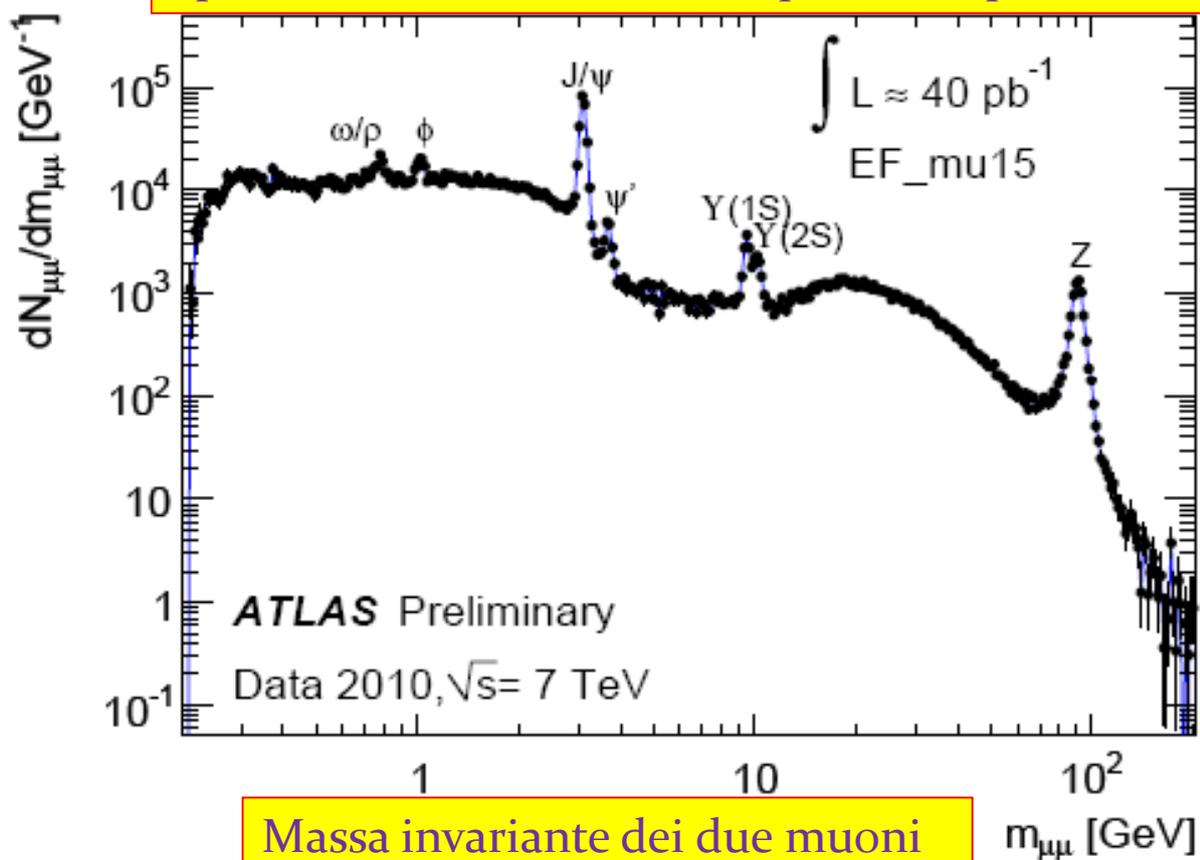
$$p + p \rightarrow \mu^+ + \mu^- + X$$

Risonanza di produzione



Processo Drell-Yan

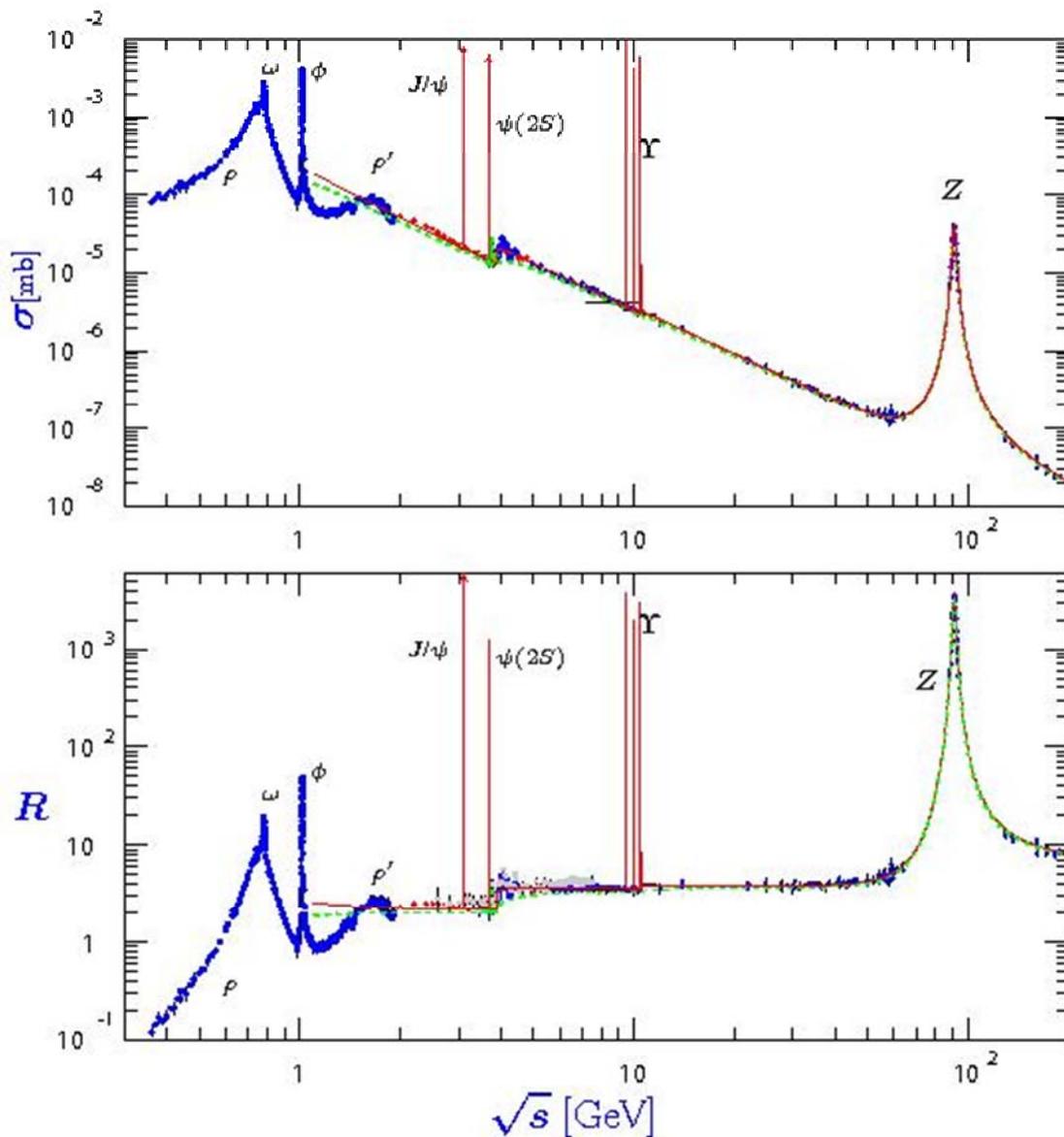
Spin 1 mesons with different quark compositions



Massa invariante dei due muoni

$$m_{\mu\mu} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}$$

# Sezione d'urto $e^+e^- \rightarrow$ adroni



- N.B. Le risonanze sono molto più strette del caso precedente della massa invariante  $\mu^+\mu^-$

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{adroni})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

# Esercizio

In un esperimento ad un collider protone-protone vengono identificati tra le numerose particelle prodotte, due muoni back-to-back (ovvero collineari) di carica opposta, aventi rispettivamente un impulso di 47 MeV/c e 30.95 GeV/c (in realtà questa configurazione cinematica è alquanto improbabile ed è molto difficile misurare l'impulso di un muone di 47 MeV, ma ha il pregio di semplificare il calcolo). Si trovi la massa della particella madre che ha generato i due muoni e, considerando un errore sulla massa del 5%, si dica di quale particella si potrebbe trattare

$$P_1 = -47 \text{ MeV} \quad \leftarrow \bullet \rightarrow \quad P_2 = 30.95 \text{ GeV}$$

La massa della particella madre si ricava dal quadrimpulso dei due muoni dello stato finale. Dalla conoscenza dell'impulso del muone e dalla sua massa, si deve costruire il quadrimpulso:

$$E_1 = \sqrt{m_\mu^2 + p_1^2} = \sqrt{105^2 + 47^2} = 115 \text{ MeV}$$

$$E_2 = \sqrt{m_\mu^2 + p_2^2} = \sqrt{0.105^2 + 30.95^2} \approx 30.95 \text{ GeV}$$

$$E_f = E_1 + E_2 = 0.115 + 30.95 = 31.06 \text{ GeV}$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = -0.047 + 30.95 = 30.90 \text{ GeV}$$

Il quadrato del quadrimpulso è un invariante relativistico ed è uguale alla massa al quadrato della particella madre:

$$m = \sqrt{E_f^2 - \vec{p}_f^2} = \sqrt{31.06^2 - 30.90^2} = 3.15 \text{ GeV}$$

Un errore del 5% su questo valore dà un'incertezza sulla massa di 0.16 GeV, quindi occorre vedere quali particelle neutre hanno una massa compresa nell'intervallo 2.99-3.31 GeV.

Ad esempio la massa della  $J/\Psi$  è di 3.096 GeV ed è quindi un buon candidato.

# Esercizio

Il pione neutro è stato scoperto studiando la fotoproduzione su protoni a riposo ( $\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p$ ). Calcolare la minima energia del fotone nel laboratorio per produrre la reazione.

$$(m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2 ; m_p = 938 \text{ MeV}/c^2)$$

Per calcolare l'energia di soglia si assume che le particelle finali vengano prodotte a riposo nel sistema del centro di massa. Inoltre ricordiamo che il quadrato del quadrimpulso è un invariante relativistico. Indichiamo con  $M$  la massa del protone e con  $m$  la massa del pi-zero.

$$P_\gamma = (E_\gamma, \vec{p}_\gamma) ; E_p = (M, 0)$$

$$\Rightarrow P_{\text{iniz.}}^{\text{Lab.}} = (E_\gamma + M, \vec{p}_\gamma) ; P_{\text{fin.}}^{\text{C.M.}} = (m + M, 0)$$

$$(P_{\text{iniz.}}^{\text{Lab.}})^2 = (P_{\text{fin.}}^{\text{C.M.}})^2 \Rightarrow (E_\gamma + M)^2 - \vec{p}_\gamma^2 = (m + M)^2$$

$$\Rightarrow E_\gamma = m \left( 1 + \frac{m}{2M} \right) = 135 \left( 1 + \frac{135}{2 \cdot 938} \right) = 145 \text{ MeV}$$

# Useful “tips”

- In un grammo di materia ci sono circa  $N_A$  nucleoni (il peso atomico di un protone/neutrone è 1)
- Alcune grandezze espresse in unità di misura comode:

$$\hbar = 6.58 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$$

$$c = 3 \cdot 10^{23} \text{ fm} \cdot \text{s}^{-1} = 30 \text{ cm} \cdot \text{ns}^{-1}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

- Fattori di conversione nel sistema di unità naturali ( $\hbar=c=1$ ):

$$1 \text{ MeV} = 1.52 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1} \quad ; \quad 1 \text{ MeV}^{-1} = 197 \text{ fm}$$

$$1 \text{ s} = 3 \cdot 10^{23} \text{ fm} \quad ; \quad 1 \text{ s}^{-1} = 6.5 \cdot 10^{-16} \text{ eV}$$

$$1 \text{ m} = 5.07 \cdot 10^6 \text{ eV}^{-1} \quad ; \quad 1 \text{ m}^{-1} = 1.97 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$$

# Matrice S

- Abbiamo uno stato iniziale  $|i\rangle$  che a seguito di un'interazione evolve nello stato finale  $|f\rangle$
- Si opera nella rappresent. di interazione di Dirac
- $H = H_0 + V_I$ , dove  $H_0$  è l'Hamiltoniana libera e  $V_I$  è l'Hamiltoniana di interazione .
- La matrice S (funzione di  $V_I$ ) fa evolvere lo stato dal tempo  $t_0$  al tempo  $t$ :

$$|\Psi_I(t)\rangle = S(t_0, t)|\Psi_I(t_0)\rangle$$

- dove

$$S(t, t_0) = \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t V_I(t') dt' \right]$$

- Problemi concettuali nel risolvere l'integrale perché a tempi diversi le  $V_I$  non è detto che commutino. Si introduce una procedura di ordinamento temporale (che conduce al concetto di “propagatore”).

# Matrice S

- Si trasforma l'eq. diff. in una equazione integrale :

$$S(t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t V_I(t') \cdot S(t', t_0) dt'$$

- e la si risolve per iterazioni successive. Da qui lo sviluppo al primo ordine, secondo ordine e così via.  
Si applica la procedura di ordinamento temporale : il tempo più grande (ovvero successivo) a sinistra e quello più piccolo (ovvero precedente) a destra.

$$S^0(t, t_0) = 1 ;$$

$$S^1(t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt_1 V_I(t_1) \cdot 1 ;$$

$$S^2(t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt_1 V_I(t_1) \cdot 1 + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^t dt_1 V_I(t_1) \int_{t_0}^{t_1} dt_2 V_I(t_2);$$

- Simmetrizzando opportunamente l'integrale sul dominio di integrazione si ha:

$$S(t, t_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{t_0}^t dt_1 \cdots \int_{t_0}^t dt_n T [V_1(t_1) \cdots V_n(t_n)]$$

- N.B. il teorema di Wick trasforma il Time order product in Normal order product (ordinamento degli operatori di creazione e distruzione) più le contrazioni dei campi (propagatori).

# Matrice S

- Quello che interessa è valutare la matrice S tra i tempi  $-\infty$  e  $+\infty$ , ovvero abbiamo uno stato libero  $|i\rangle$  e vogliamo conoscere come evolve dopo l'interazione.

$$|\Psi(\infty)\rangle = S(-\infty, \infty)|i\rangle$$

- L'ampiezza di probabilità di trovare un particolare stato finale  $|f\rangle$  è:

$$\langle f|\Psi(\infty)\rangle = \langle f|S(-\infty, \infty)|i\rangle = \langle f|S|i\rangle = S_{fi}$$

- Espansione di  $|f\rangle$  in un set completo di autostati:

$$|\Psi(\infty)\rangle = \sum_f |f\rangle\langle f|\Psi(\infty)\rangle = \sum_f |f\rangle S_{fi}$$

- Probabilità di transizione dallo stato  $|i\rangle$  allo stato  $|f\rangle$ :

$$|\langle f|\Psi(\infty)\rangle|^2 = S_{fi}^2 \quad (\text{stati normalizzati a 1})$$

- L'unitarietà della matrice S si esprime come:

$$\sum_f S_{fi}^2 = 1$$

esprime la conservazione della probabilità.

# Matrice T

- Introduciamo la matrice di transizione T, fattorizzando la matrice identità I.  $\mathbf{S} = \mathbf{I} + \mathbf{T}$ , quindi:

$$S_{fi} = \langle f | S | i \rangle = \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) \langle f | T | i \rangle$$

- Per avere la probabilità di transizione occorre prendere il modulo quadro del secondo termine. Compare il fattore:

$$(2\pi)^8 |\delta^4(p_f - p_i)|^2 = (2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) \cdot (2\pi)^4 \delta(0)$$

Per  $V \rightarrow \infty$  e  $T \rightarrow \infty$  si ha  $(2\pi)^4 \delta(0) \rightarrow VT$



$$W_{fi} = (2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) |\langle f | T | i \rangle|^2 \cdot VT$$

- Si considera la probabilità di transizione per unità di tempo e si normalizza al volume V, ma occorre fare attenzione al tipo di normalizzazione (1 particella per unità di volume, 2 particelle, etc...)
- Tramite i diagrammi di Feynman, ed utilizzando le giuste normalizzazioni per eliminare V e T, si calcola l'elemento di matrice  $T_{fi}$ , o con un'altra terminologia,  $M_{fi}$ .

# Regola d'ora di Fermi

- Si ricava utilizzando la teoria delle perturbazioni dipendenti dal tempo, ma è valida anche in questo contesto:

$$W_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \cdot \rho(E)$$

Spazio delle fasi

Probabilità di transizione per unità di tempo

Elemento di matrice

- L'ampiezza  $M_{fi}$  contiene tutta l'informazione dinamica del processo.
- Lo spazio delle fasi contiene invece solo le informazioni cinematiche del processo. Esso dipende dalle masse, energie e impulsi dei partecipanti e riflette il fatto che un processo è più facile che accada se c'è più "spazio per manovrare".
  - ad esempio: una particella non decade in due particelle la cui somma delle masse è maggiore della massa iniziale perché lo spazio delle fasi è zero.

**N.B.**  $W_{fi}$  è un'invariante relativistico.  $M_{fi}$  e  $\rho(E)$  possono esserlo separatamente oppure solo come prodotto.

# Esempio: QED

- Interazione di elettroni-positroni con un campo e.m.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1$$

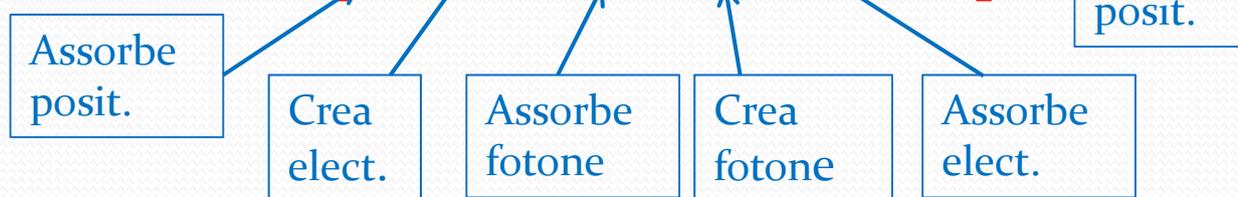
$$\mathcal{L}_0 = N \left[ \bar{\psi}(x) (i\gamma^\mu \delta_\mu - m) \psi(x) - \frac{1}{2} (\delta_\nu A_\mu(x) \delta^\nu A^\mu(x)) \right]$$

$$\mathcal{L}_1 = N \left[ -J^\mu(x) A_\mu(x) \right] = N \left[ e \cdot \bar{\psi}(x) \gamma^\mu A_\mu(x) \psi(x) \right]$$

Normal order product: operatori di creazione a sinistra e quelli di distruzione a destra

$$\mathcal{H}_1 = -\mathcal{L}_1 = -eN \left[ \bar{\psi}(x) A(x) \psi(x) \right] =$$

$$= -eN \left[ \left( \bar{\psi}^+ + \bar{\psi}^- \right) \left( A^+ + A^- \right) \left( \psi^+ + \psi^- \right) \right]$$



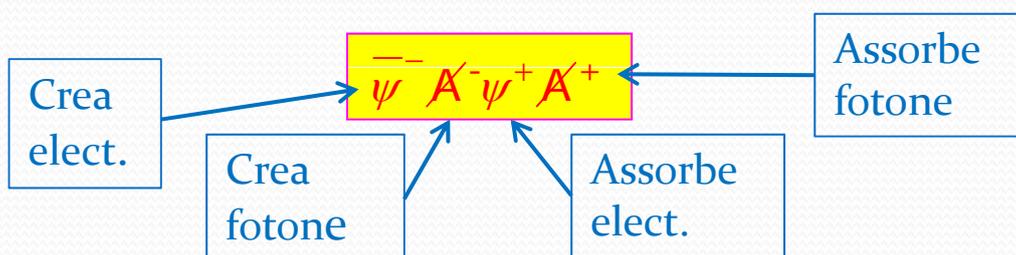
- Esempio: scattering compton

$$e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$$

Distrutti

Creati

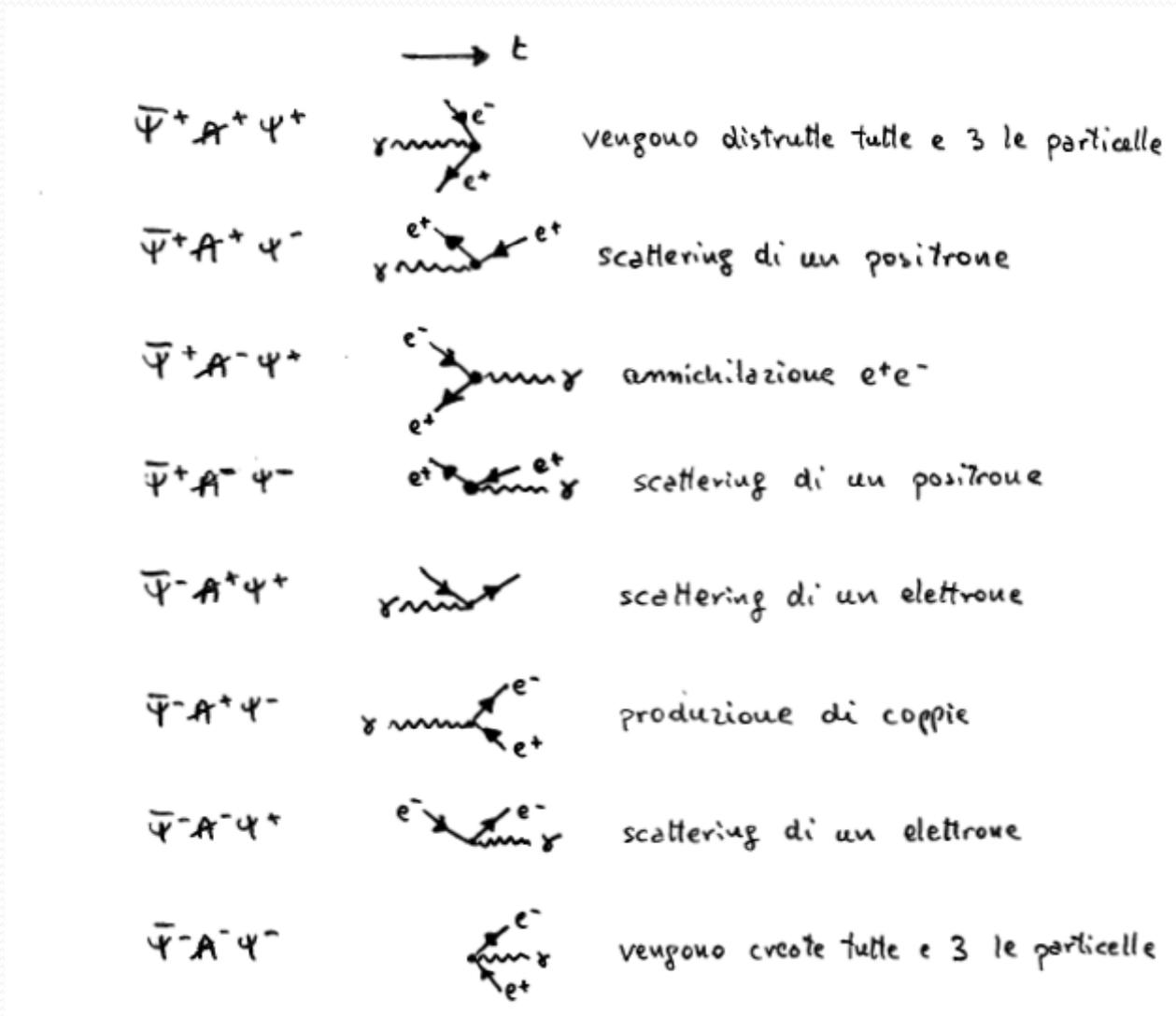
- Il prodotto normale, all'ordine più basso, deve contenere gli operatori:



# QED: diagrammi di Feynman

$$\mathcal{H}_I = -eN \left[ (\bar{\psi}^+ + \bar{\psi}^-) (A^+ + A^-) (\psi^+ + \psi^-) \right]$$

- Moltiplicando tra loro gli operatori si hanno 8 processi:

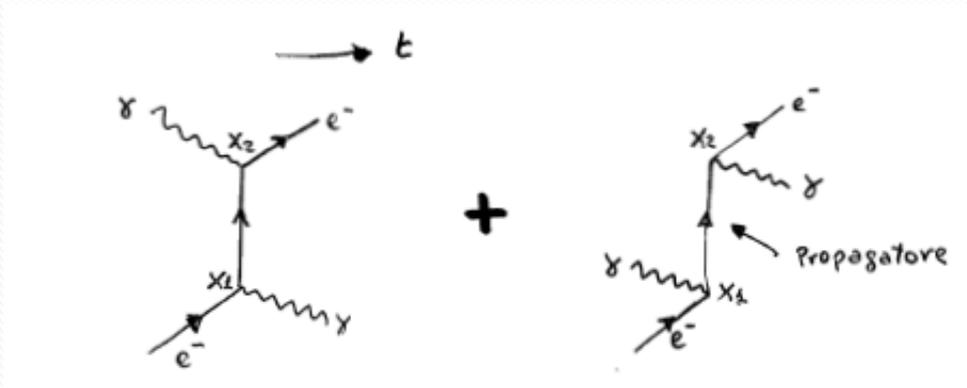


- Tutti questi processi non conservano il quadrimpulso al vertice. Per avere dei processi reali occorre combinare due vertici di questo tipo, cioè andare all'espansione del secondo ordine della matrice S

$$\langle f | S^{(1)} | i \rangle = 0 \Rightarrow \langle f | S^{(2)} | i \rangle$$

# Compton Scattering

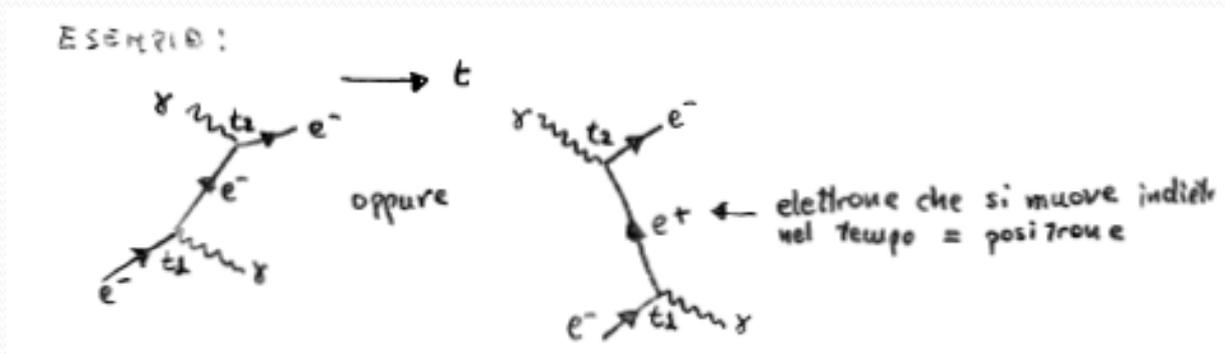
$$e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$$



- Il fotone può essere distrutto in  $X_2$  e creato in  $X_1$  o viceversa.
- Il propagatore connette sempre due vertici ed è una particella virtuale, cioè vale la relazione:

$$E^2 - p^2 \neq m^2$$

- nel caso del propagatore fermionico, se  $t_1 < t_2$ , possiamo pensare al propagatore come ad un elettrone virtuale che va da  $X_1$  a  $X_2$ , altrimenti è un positrone virtuale. Il Time order product tiene conto di questa cosa.



# Regole di Feynman per la QED

1) PER CIASCUNO VERTICE SCRIVERE UN FATTORE  $i e \gamma^\alpha$  [ $e \propto \sqrt{\alpha}$ ]

2) PER CIASCUNA LINEA FOTONICA INTERNA (PROPAGATORE), LABELLATA DAL MOMENTO  $k$ , SCRIVERE:

$$i \frac{-g_{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon}$$


3) PER CIASCUNA LINEA FERMIONICA INTERNA (PROPAGATORE), LABELLATA DAL MOMENTO  $p$ , SCRIVERE:

$$i \frac{1}{\not{p} - m + i\epsilon} \quad \left[ \text{su un altro testo: } i \frac{\gamma^\mu \not{p}_\mu + m}{p^2 - m^2} \right]$$

4) PER CIASCUNA LINEA ESTERNA, SCRIVERE UNO DEI SEGUENTI:

a) ELETTRONE INIZIALE:  $u_r(p)$

b) ELETTRONE FINALE:  $\bar{u}_r(p)$

c) POSITRONE INIZIALE:  $\bar{v}_r(p)$

d) POSITRONE FINALE:  $v_r(p)$

e) FOTONE INIZIALE:  $\epsilon_{r\mu}(k)$

f) FOTONE FINALE:  $\epsilon_{r\mu}(k)$

5) METTERE IN ORDINE I FATTORI SPINORIALI DA DESTRA A SINISTRA

IN MODO DA SEGUIRE IL VERSO DELLE FRECCHE SULLE LINEE FERMIONICHE

6) PER OGNI LOOP FERMIONICO, PRENDERE LA TRACCIA E MOLTIPLICARE PER  $-1$

7) AD OGNI VERTICE SI DEVE CONSERVARE IL QUADRIIMPULSO. PER OGNI

QUADRI-MOMENTO NON DETERMINATO DALLA LEGGE DI CONSERVAZIONE

FARE L'INTEGRAZIONE  $(2\pi)^{-4} \int d^4q$

8) MOLTIPLICARE PER UN FATTORE DI FASE  $\delta_p = \pm 1$  IN BASE AL NUMERO

DI SCAMBI FERMIONICI PARI O DISPARI NECESSARI PER IL NORMALE ORDINE

PRODOTTI

# Ordini successivi e divergenze

- TORNIAMO AL COMPTON SCATTERING

$$e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$$

- NELLA MATRICE S DEVONO "SOPRAVVIVERE" SOLO I SEGUENTI OPERATORI

$$\bar{\psi} - A^- \psi + A^+$$

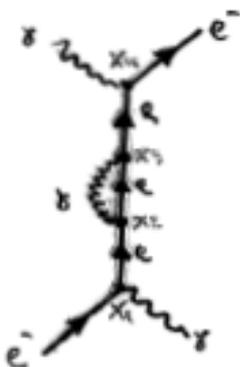
- SCRIVIAMO, COME ESEMPIO, UNO DEI TERMINI DELLO SVILUPPO AL QUARTO ORDINE E FACCIAMO LE CONTRAZIONI:

$$S^{(4)} = \frac{e^4}{4!} \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x_4 N \left[ (\bar{\psi} A \psi)_{x_1} (\bar{\psi} A \psi)_{x_2} (\bar{\psi} A \psi)_{x_3} (\bar{\psi} A \psi)_{x_4} \right]$$

(N.B. è solo un esempio illustrativo del concetto, non è rigoroso)

- COMPAIONO 4 PARTICELLE VIRTUALI: 1 FOTONE E 3 "ELETTRONI"

- ESEMPIO DI DIAGRAMMA DI FEYNMAN

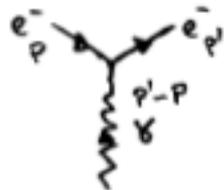


N.B. AD OGNI VERTICE COMPARE UN FATTORE  $\sqrt{\alpha}$ , QUINDI I DIAGRAMMI DI ORDINE SUPERIORE SONO SOPPRESSI RISPETTO A QUELLO FONDAMENTALE

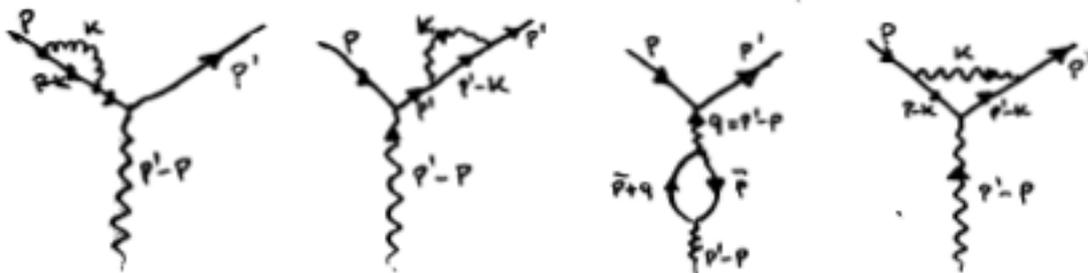
N.N.B. PROBLEMA: I LOOP DANNO ORIGINE A DELLE DIVERGENZE

# Correzioni radiative

- PRENDIAMO IL VERTICE FONDAMENTALE DELLA QED



- VEDIAMO ORA I QUATTRO CONTRIBUTI DELLE CORREZIONI AL SECONDO ORDINE RADIAATIVO DI QUESTO VERTICE



- APPLICANDO LE REGOLE DI FERMIONI PER IL CALCOLO DI QUESTI CONTRIBUTI, SI TROVA CHE ESSI DIVERGONO (DA UNO  $\infty$  COME RISULTATO) [N.B. la divergenza c'è anche nell'elettrodinamica classica:  $U = \frac{e^2}{r}$  per  $r \rightarrow 0$ ]
- LA "SOLUZIONE" DEL PROBLEMA È COMPLESSA, MA IN "SODDI" È LA SEGUENTE:  
UN ELETTRONE NON INTERAGENTE POSSIÈDE UNA CARICA "NUDA" ED UNA MASSA "NUDA" ANCHE ESSE DI VALORE INFINITO.  
L'INTERAZIONE "CORREGGE" QUESTI VALORI INFINITI E LI RIPORTA AI VALORI RISULTATI Sperimentalmente

$$\Rightarrow \infty - \infty = \text{VALORE FINITO}$$

- LA SOLUZIONE NON È ELEGANTE MA FUZIONA!

# Momento magnetico anomalo

- IL MOMENTO MAGNETICO DELL'ELETTRONE È PROPORZIONALE ALLO SPIN

$$\vec{\mu} = -g \frac{e}{2m} \vec{S}$$

- $g$  È IL RAPPORTO GIROMAGNETICO. NELLA TEORIA DI DIRAC  $g$  È UGUALE A 2 (VALORE MISURATO), MOVIRE CLASSICAMENTE SAREBBE DOVUTO ESSERE UGUALE A 1
- MISURE PIÙ PRECISE DAL 1980 PER  $g$  UN VALORE LEGGERMENTE MAGGIORE DI 2 (ANDRUKAIA)
- DALLA QED, FACENDO LO SVILUPPO FINO AL TERZO ORDINE, RISULTA:

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)^{\text{elettrone}} = 0.5\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) - 0.32848\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 1.19\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + \dots$$

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)^{\text{muone}} = 0.5\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + 0.76578\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 24.45\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + \dots$$

RISULTATI ~ 2000

	ELETTRONE	MUONE
PREDETTO	$11\,586\,524 \pm 4 \cdot 10^{-10}$	$11\,659\,180 \pm 100 \cdot 10^{-10}$
MISURATO	$11\,586\,521.9 \pm 0.1 \cdot 10^{-10}$	$11\,659\,230 \pm 80 \cdot 10^{-10}$

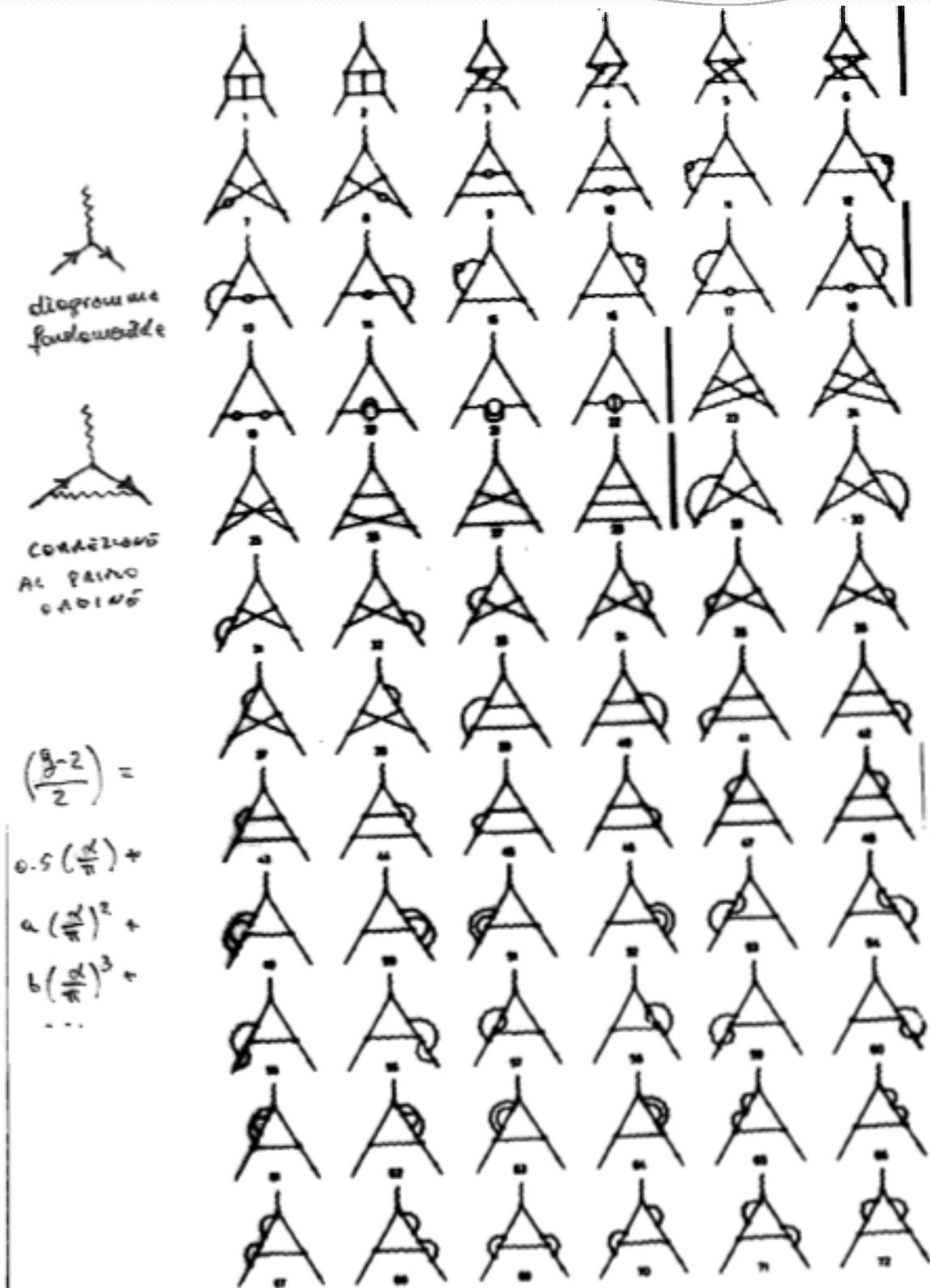
U.B. SI PUÒ RISCALVERE LA CORREZIONE INTRODUCENDO UNA COSTANTE DI ACCOPPIAMENTO  $\alpha$  EFFICACE

$$\frac{g-2}{2} = \frac{0.5}{\pi} \alpha_{\text{eff}}$$

$$\alpha_{\text{eff}}^{\text{muone}} > \alpha_{\text{eff}}^{\text{elettrone}}$$

[1]

# Momento magnetico anomalo



Correzioni al vertice del terzo ordine