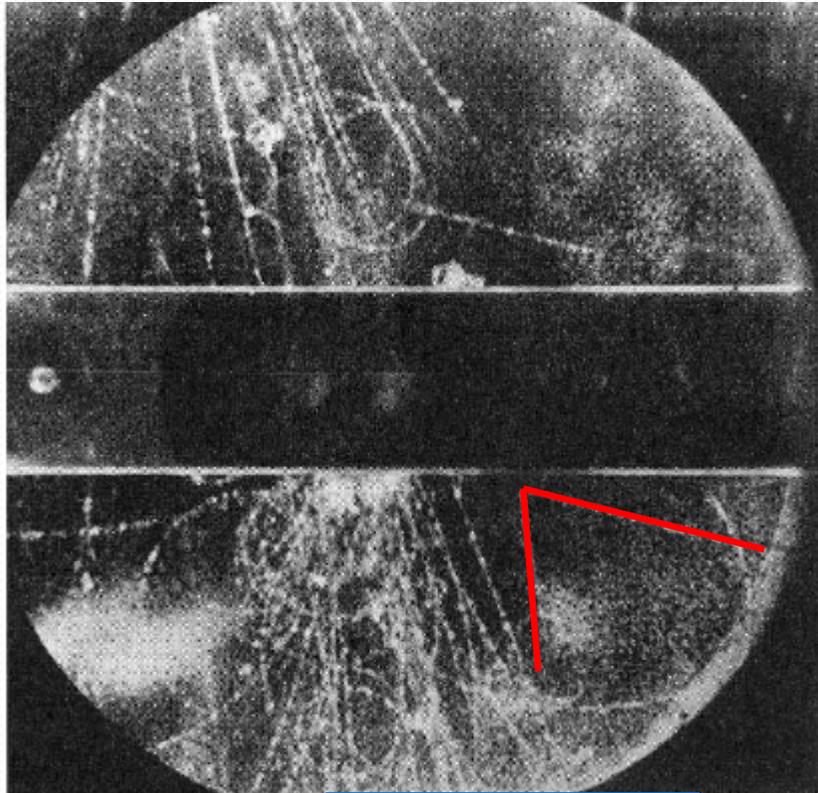


# Le particelle strane

- La scoperta delle particelle “strane”
- un nuovo numero quantico: la stranezza
- isospin e stranezza
- Lo zoo delle particelle
- $SU(3)$

# La scoperta delle particelle “strane”

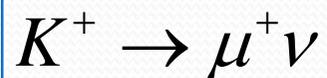
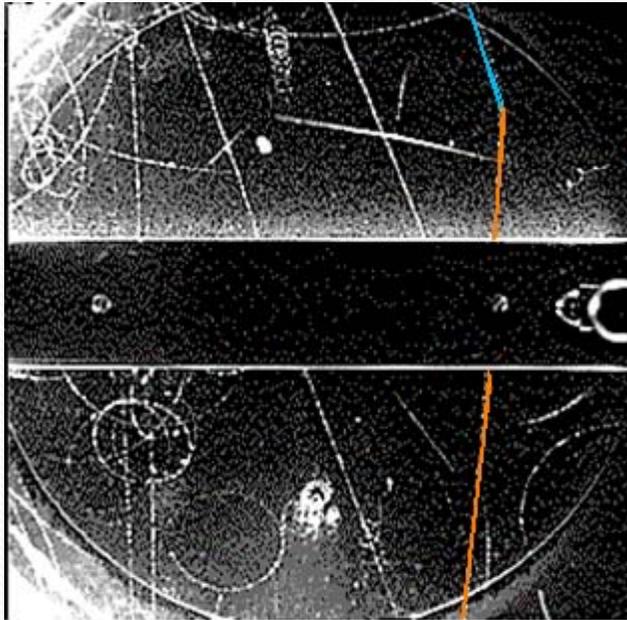
I lavori pionieristici sulle particelle “strane” furono fatti utilizzando camere a nebbia al livello del mare ed in alta montagna, ed emulsioni nucleari su palloni aerostatici.



- **1943** Leprince-Ringuet: identifica una particella di massa  $506 \pm 61$  MeV.
- **1947** Rochester e Butler identificarono chiaramente delle particelle V neutre durante un anno di funzionamento di una camera a nebbia a livello del mare.

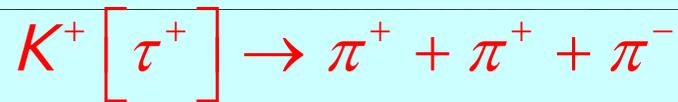
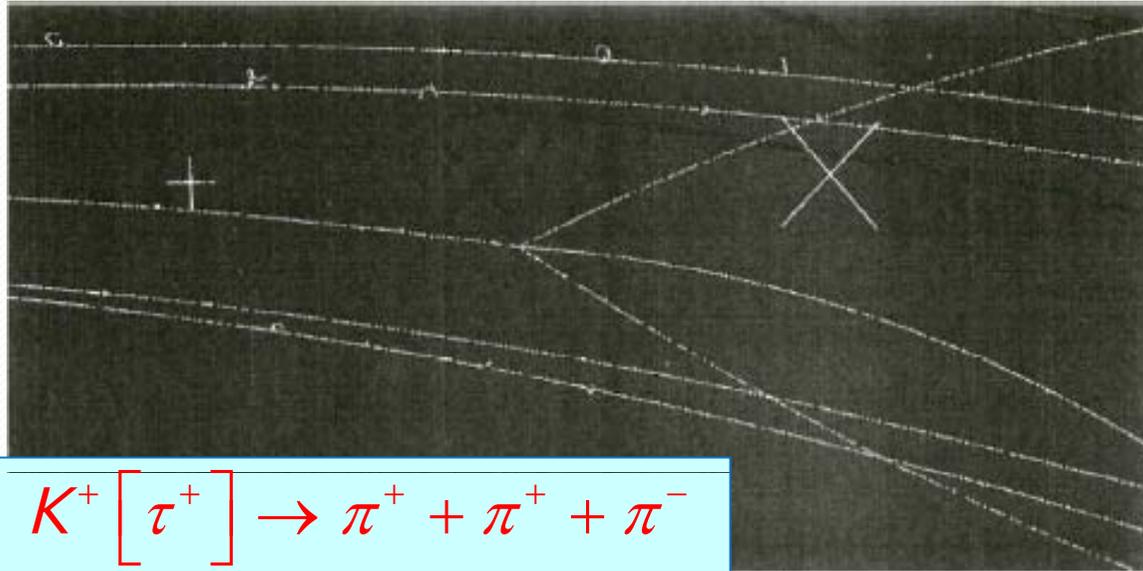
# La scoperta delle particelle “strane”

Oltre alle particelle neutre  $V$ , furono scoperte anche della particelle “strane” cariche che decadevano in una particella carica [più neutri] ( $\theta$ ) oppure in tre cariche ( $\tau$ ).



- **produzione associata:**  
nel 1947 fu evidente che le nuove particelle erano prodotte sempre in coppia, una di massa intorno a 500 MeV (K) ed un'altra di massa più grande di quella del nucleone (iperone)
- L'iperone decadeva in nucleone + pione.

# Decadimento del K in 3 carichi



Torneremo su questo argomento parlando della violazione della parità nelle interazioni deboli

Inoltre:

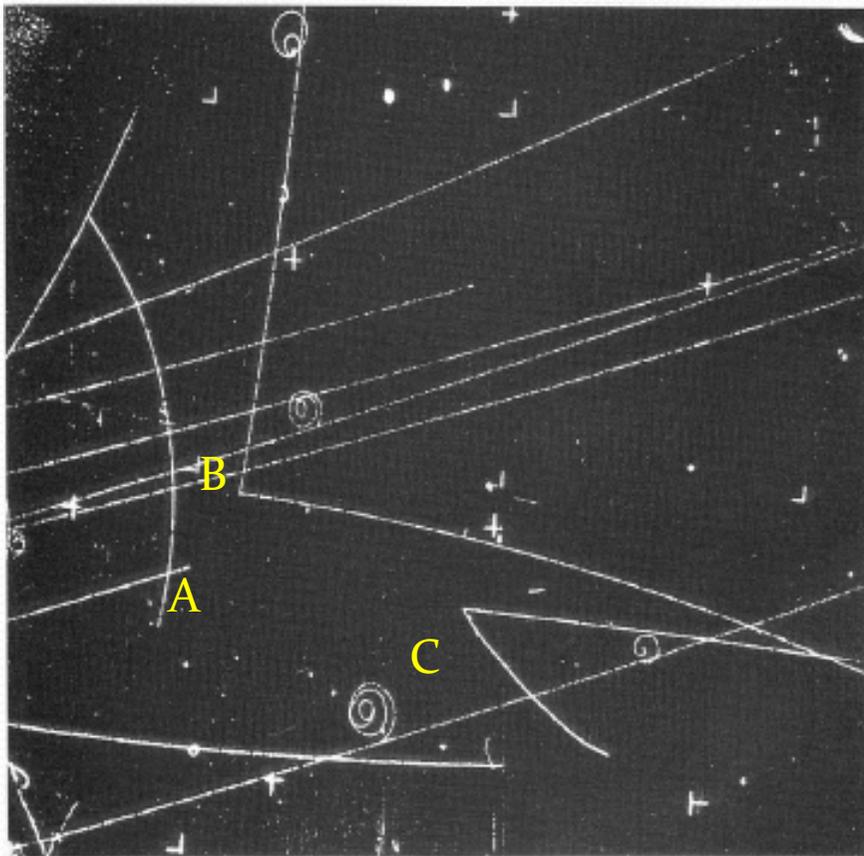
$$\text{B.R.}(K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu) = 63.5\% \quad ; \quad \text{B.R.}(K_s^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-) < 3.2 \cdot 10^{-7}$$



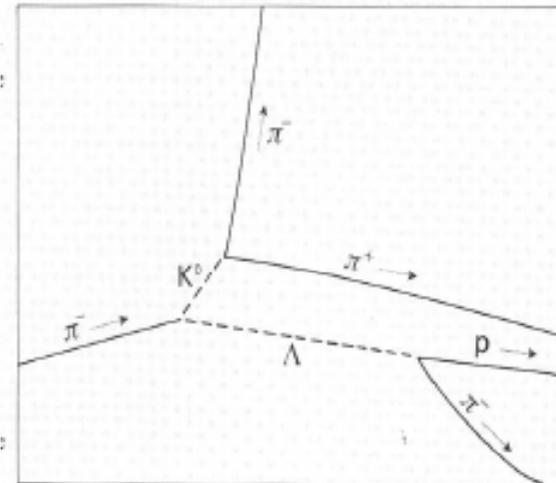
Effetto GIM

# Produzione associata: $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K$

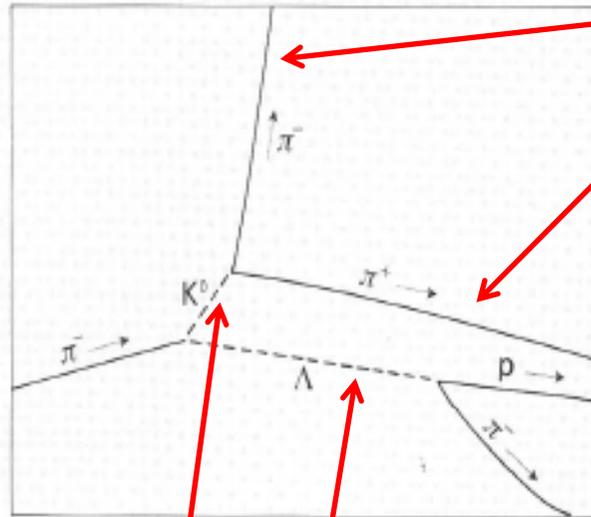
1 GeV/c  $\pi^-$  in una camera a bolle a idrogeno liquido



N.B. : perché  $K^0$  e non anti- $K^0$ ?



# Misura di massa e vita media



dal raggio di curvatura si ricava l'impulso delle particelle cariche e, conoscendo il tipo di particelle, la loro energia.

Si ricava poi la massa invariante della particella madre.

$$m_K = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}$$

Dalla massa e dall'energia ( $E_1 + E_2$ ) si ricava il  $\gamma$  e da questo il  $\beta$  della particella.

$$\gamma = \frac{E}{m}$$

Dalla misura del cammino medio  $\lambda$  si ricava il  $\tau$  della particella

$$\lambda = \gamma\beta c\tau$$

# Perché strane?

- La sezione d'urto di produzione di queste particelle è dell'ordine del mb, tipico delle interazioni forti.
- Le vite medie sono dell'ordine di  $10^{-10}$  s, tipico delle interazioni deboli (int. e.m.  $\sim 10^{-20}$  s, int. forti  $\sim 10^{-23}$  s)

1. Perché  $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$  non avviene tramite int. forte?

2. Perché le nuove particelle sono sempre prodotte in coppie?

3. (inoltre  $\tau$ - $\theta$  puzzle:  
stessa massa e vita media ma parità opposta)

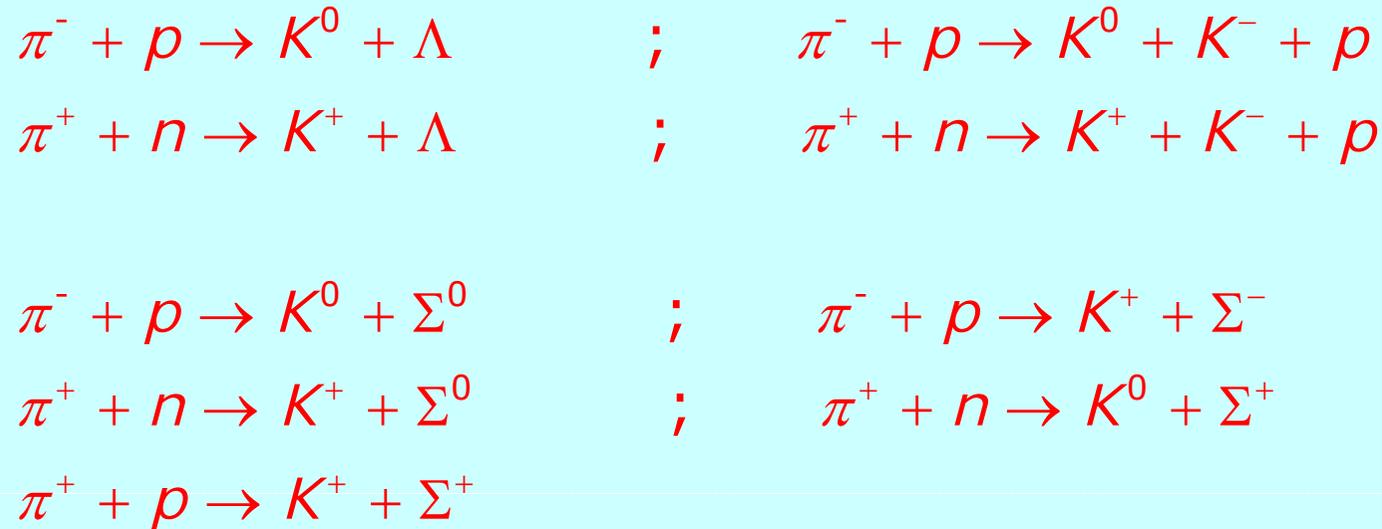
# La stranezza

- Una spiegazione dell'anomalia fu fornita nel 1954 da Gell-Mann e Pais e indipendentemente da Nishijima.

Essi introdussero un nuovo numero quantico, la **stranezza**, che veniva conservato dalle interazioni forti, ma veniva violato nelle interazioni deboli.

- La stranezza è un numero quantico additivo. I “vecchi” adroni, i nucleoni ed il pione hanno  $S=0$ , gli iperoni hanno  $S=-1$  ed i mesoni K hanno  $S=\pm 1$ .
- Nella produzione le particelle strane devono essere prodotte in coppia (produzione associata) con stranezza opposta.

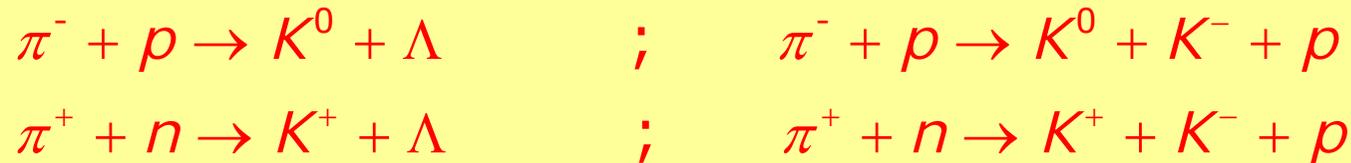
# Esempi di produzione associata



$$\begin{array}{l} m(\pi^\pm) = 139.6 \text{ MeV} \quad ; \quad m(p) = 938.3 \text{ MeV} \quad ; \quad m(n) = 939.6 \text{ MeV} \\ m(K^\pm) = 493.68 \text{ MeV} \quad ; \quad m(K^0) = 497.67 \text{ MeV} \\ m(\Lambda) = 1115.7 \text{ MeV} \\ m(\Sigma^\pm) = 1189.4 \text{ MeV} \quad ; \quad m(\Sigma^0) = 1192.6 \text{ MeV} \\ m(\Xi^0) = 1314.8 \text{ MeV} \quad ; \quad m(\Xi^{-1}) = 1321.3 \text{ MeV} \end{array}$$

(domanda: perché non vengono prodotti gli anti-iperoni?)

# Stranezza dei mesoni K



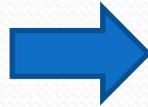
Inoltre non si osserva la reazione:  $\pi^- + n \rightarrow K^- + \Lambda$

$K^0, \Lambda$  : stranezza opposta  
 $K^0, K^-$  : stranezza opposta  
 $\Lambda, K^-$  : stranezza uguale  
 $K^+, \Lambda$  : stranezza opposta  
 $K^+, K^-$  : stranezza opposta  
 $\bar{K}^0, K^-$  : stranezza uguale  
 $K^0, \Sigma$  : stranezza opposta

N.B. : per simmetria deve esistere l'anti- $K^0$

# Isospin e stranezza dei K e della $\Lambda$

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S)$$



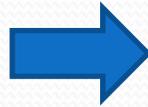
Si ricava l'isospin

$$\begin{array}{l} Q(\Lambda) = 0, B(\Lambda) = 1, S(\Lambda) = -1 \Rightarrow I_3(\Lambda) = 0 \\ Q(K^0) = 0, B(K^0) = 0, S(K^0) = 1 \Rightarrow I_3(K^0) = -\frac{1}{2} \\ Q(K^+) = 1, B(K^+) = 0, S(K^+) = 1 \Rightarrow I_3(K^+) = \frac{1}{2} \\ Q(K^-) = -1, B(K^-) = 0, S(K^-) = -1 \Rightarrow I_3(K^-) = -\frac{1}{2} \\ Q(\bar{K}^0) = 0, B(\bar{K}^0) = 0, S(\bar{K}^0) = -1 \Rightarrow I_3(\bar{K}^0) = \frac{1}{2} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{1}{2}$$

**N.B. : l'anti- $K^0$  completa il doppietto di isospin**

# Isospin e stranezza della $\Sigma$ e della $\Xi$

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S)$$



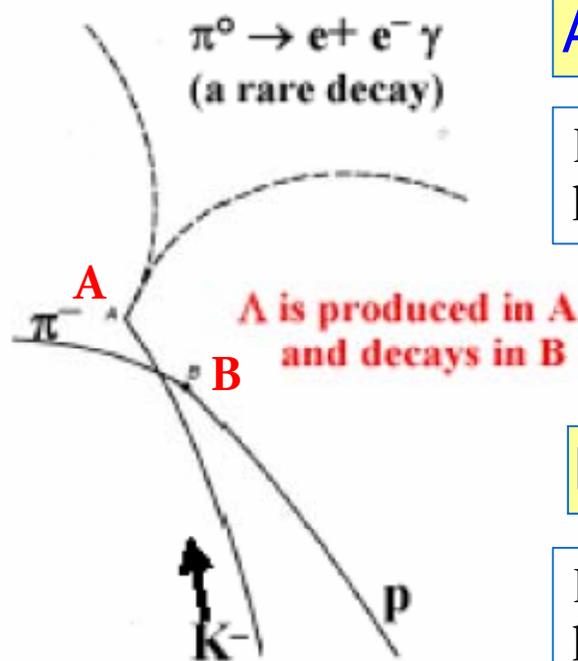
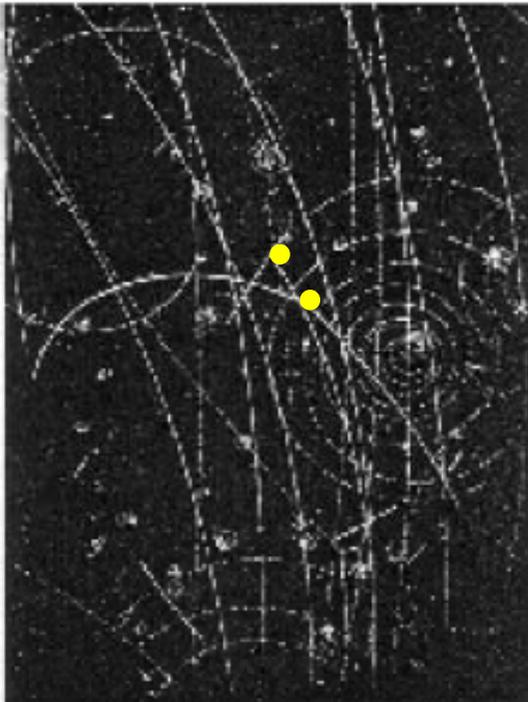
Si ricava l'isospin

$Q(\Sigma^+) = 1, B(\Sigma^+) = 1, S(\Sigma^+) = -1$	$\Rightarrow I_3(\Sigma^+) = 1$	} $\Rightarrow I = 1$
$Q(\Sigma^0) = 0, B(\Sigma^0) = 1, S(\Sigma^0) = -1$	$\Rightarrow I_3(\Sigma^0) = 0$	
$Q(\Sigma^-) = -1, B(\Sigma^-) = 1, S(\Sigma^-) = -1$	$\Rightarrow I_3(\Sigma^-) = -1$	

$Q(\Xi^0) = 0, B(\Xi^0) = 1, S(\Xi^0) = -2$	$\Rightarrow I_3(\Xi^0) = \frac{1}{2}$	} $\Rightarrow I = \frac{1}{2}$
$Q(\Xi^-) = -1, B(\Xi^-) = 1, S(\Xi^-) = -2$	$\Rightarrow I_3(\Xi^-) = -\frac{1}{2}$	

# La produzione di particelle “strane”

Vennero utilizzati fasci di K carichi per produrre nuove particelle strane. Esempio di un  $K^-$  che si arresta in una camera a bolle a idrogeno liquido



Int. forte:  
la stranezza si conserva.



Int. debole:  
la stranezza è violata.

# Interazioni dei mesoni K

Si parte da uno stato iniziale con stranezza  $\pm 1$

$S = 1$ $B = 1$	{	$K^+p \rightarrow K^+p$					
		$K^+n \rightarrow K^+n$	$K^0p$				
$S = -1$ $B = 1$	{	$K^-p \rightarrow K^-p$	$K^0n$	$\pi^0\Lambda^0$	$\pi^+\Sigma^-$	$\pi^0\Sigma^0$	$\pi^-\Sigma^+$
		$K^-p \rightarrow K^0\Xi^0$	$K^+\Xi^-$				
		$K^-n \rightarrow K^-n$	$\pi^-\Lambda^0$	$\pi^0\Sigma^-$			
		$K^-n \rightarrow K^0\Xi^-$					

A parità di energia, i  $K^-$  producono più particelle dei  $K^+$  perché gli iperoni ( $B=1$ ) hanno stranezza  $-1$

Ad esempio:  $K^+ + n \rightarrow \bar{\Lambda} + p + n$  [ $S=1, B=1 \rightarrow S=1, B=1$ ]  
(aumenta l'energia di soglia della reazione)

# Iperoni strani metastabili

Nei raggi cosmici ed agli acceleratori furono trovati 6 iperoni strani metastabili

	$Q$	$S$	$m$ (MeV)	$\tau$ (ps)	$c\tau$ (mm)	Principal decays (BR in %)
$\Lambda$	0	-1	1116	263	79	$p\pi^-$ (64), $n\pi^0$ (36)
$\Sigma^+$	+1	-1	1189	80	24	$p\pi^0$ (51.6), $n\pi^+$ (48.3)
$\Sigma^0$	0	-1	1193	$7.4 \times 10^{-8}$	$2.2 \times 10^{-8}$	$\Lambda\gamma$ (100)
$\Sigma^-$	-1	-1	1197	148	44.4	$n\pi^-$ (99.8)
$\Xi^0$	0	-2	1315	290	87	$\Lambda\pi^0$ (99.5)
$\Xi^-$	-1	-2	1321	164	49	$\Lambda\pi^-$ (99.9)

Da notare la vita media tipica delle interazioni e.m. della  $\Sigma^0$ . Perché è l'unica a non decadere debole?

Giustificare i B.R. dei decadimenti della  $\Lambda$

# I barioni $(\frac{1}{2})^+$ ed i mesoni $0^-$

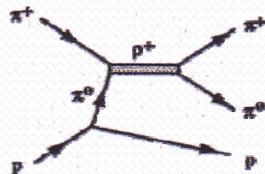
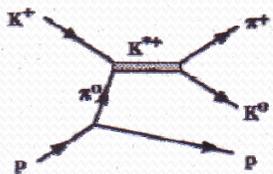
Classifichiamo le particelle in base al loro spin ed alla loro parità

<i>barioni</i> $\frac{1}{2}^+$	<b>B</b>	<i>S</i>	<i>Y</i>	$I_3$	<i>Q</i>	<i>mesoni</i> $0^-$	<b>B</b>	<i>S</i>	<i>Y</i>	$I_3$	<i>Q</i>
<i>p</i>	+1	0	+1	+1/2	+1	<i>K</i> <sup>+</sup>	0	+1	+1	+1/2	+1
<i>n</i>	+1	0	+1	-1/2	0	<i>K</i> <sup>0</sup>	0	+1	+1	-1/2	0
$\Lambda^0$	+1	-1	0	0	0	$\eta^0$	0	0	0	0	0
$\Sigma^+$	+1	-1	0	+1	+1	$\pi^+$	0	0	0	+1	+1
$\Sigma^0$	+1	-1	0	0	0	$\pi^0$	0	0	0	0	0
$\Sigma^-$	+1	-1	0	-1	-1	$\pi^-$	0	0	0	-1	-1
$\Xi^0$	+1	-2	-1	+1/2	0	$\bar{K}^0$	0	-1	-1	+1/2	0
$\Xi^-$	+1	-2	-1	-1/2	-1	<i>K</i> <sup>-</sup>	0	-1	-1	-1/2	-1

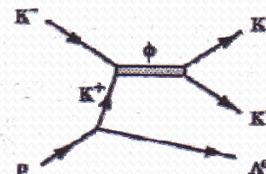
# Risonanze mesoniche

## Mesoni vettori che decadono in mesoni pseudoscalari

$J^P=1^-$



$J^P=0^-$



**RISONANZA  $K^*$**

( $K^{*+}; K^{*0}$ )



$M= 894 \text{ MeV}/c^2; \Gamma= 51 \text{ MeV}; I=1/2; S=+1$

**RISONANZA  $\rho$**

( $\rho^+; \rho^0; \rho^-$ )



$M= 770 \text{ MeV}/c^2; \Gamma= 150 \text{ MeV}; I=1; S=0$

**RISONANZA  $\omega$**



$M= 783 \text{ MeV}/c^2; \Gamma= 8.4 \text{ MeV}; I=0; S=0$

**RISONANZA  $\phi$**



$M= 1019 \text{ MeV}/c^2; \Gamma= 4.4 \text{ MeV}; I=0; S=0$

# Risonanze mesoniche 1-

	$m$ (MeV/c <sup>2</sup> )	$\Gamma$ (MeV)	<i>decadimento</i>		
$K^*$	894	51	$K\pi$		
$\rho$	770	150	$\pi\pi$		
$\omega$	783	8.4	$\pi^+\pi^0\pi^-$		
$\phi$	1019	4.4	$K^+K^-$	$K^0\bar{K}^0$	$\pi^+\pi^0\pi^-$

<i>mesoni</i> 1 <sup>-</sup>	$S$	$Y$	$I_3$	$Q$
$K^{*+}$	+1	+1	+1/2	+1
$K^{*0}$	+1	+1	-1/2	0
$\rho^+$	0	0	+1	+1
$\rho^0$	0	0	0	0
$\rho^-$	0	0	-1	-1
$\omega$	0	0	0	0
$\bar{K}^{*0}$	-1	-1	+1/2	0
$K^{*-}$	-1	-1	-1/2	-1
$\phi$	0	0	0	0

# Risonanze barioniche: $\Sigma^*$ e $\Xi^*$

Furono trovate anche delle risonanze con stranezza

## RISONANZA $\Sigma^*$

Larghezza  $\Gamma = 37 \text{ MeV}$ ;  $J^P = 3/2^+$ ;  $I = 1$ ;  $S = -1$



1382.8 MeV/c<sup>2</sup>



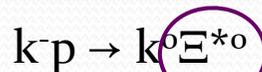
1383.7 MeV/c<sup>2</sup>



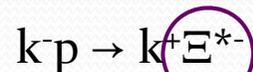
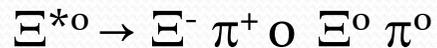
1387.2 MeV/c<sup>2</sup>

## RISONANZA $\Xi^*$

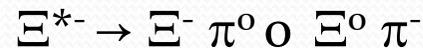
Larghezza  $\Gamma = 9 \text{ MeV}$ ;  $J^P = 3/2^+$ ;  $I = 1/2$ ;  $S = -2$



1531.8 MeV/c<sup>2</sup>



1531.8 MeV/c<sup>2</sup>



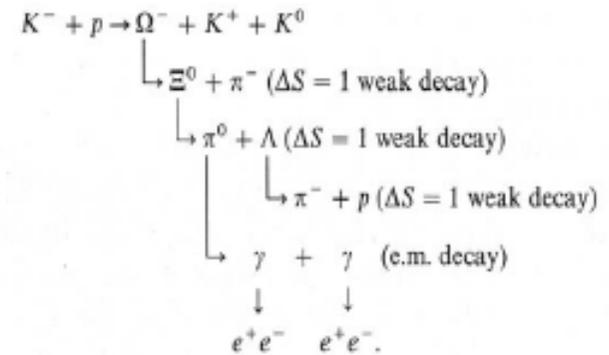
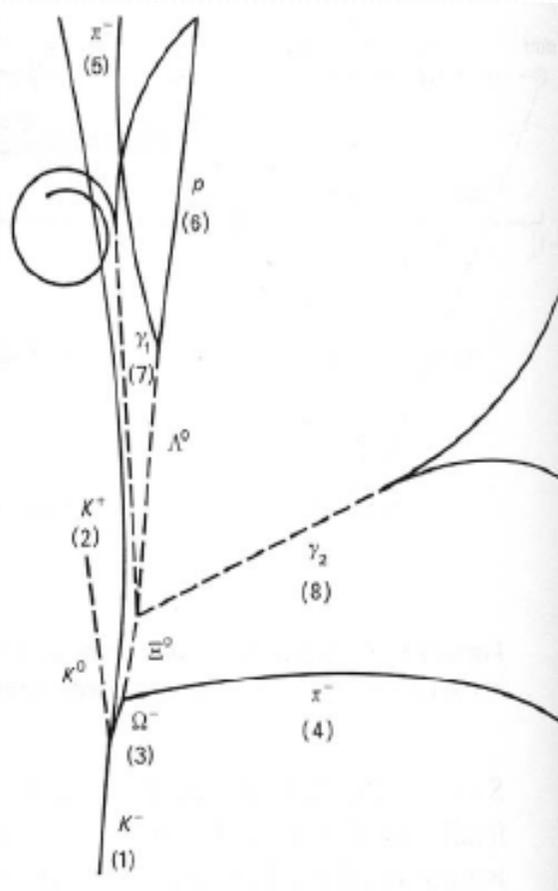
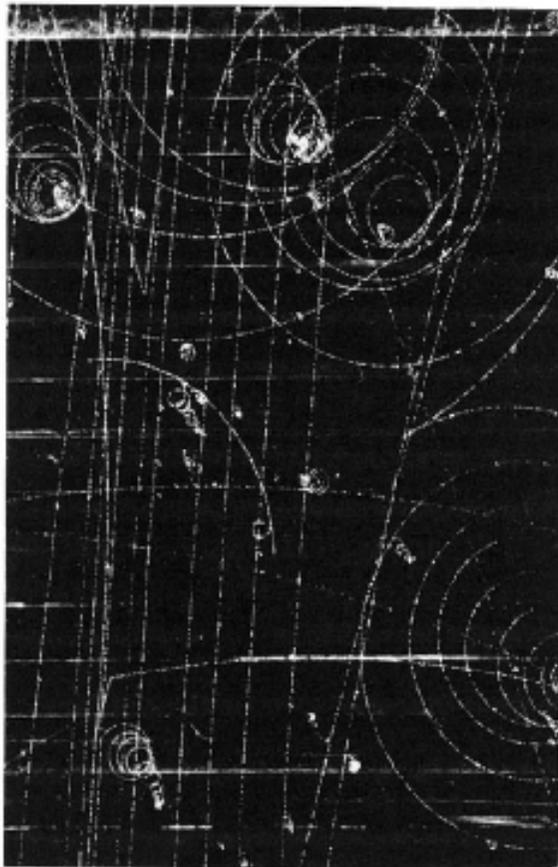
$\Xi^-$  e  $\Xi^0$  sono barioni con  $J^P = 1/2^+$ ;  $S = -2$ ;  $I = 1/2$

# Risonanze barioniche $(3/2)^+$

<i>barioni</i> $\frac{3}{2}^+$	<i>S</i>	<i>Y</i>	<i>I</i> <sub>3</sub>	<i>Q</i>
$\Delta^{++}$	0	+1	+3/2	+2
$\Delta^+$	0	+1	+1/2	+1
$\Delta^0$	0	+1	-1/2	0
$\Delta^-$	0	+1	-3/2	-1
$\Sigma^{*+}$	-1	0	+1	+1
$\Sigma^{*0}$	-1	0	0	0
$\Sigma^{*-}$	-1	0	-1	-1
$\Xi^{*0}$	-2	-1	+1/2	0
$\Xi^{*-}$	-2	-1	-1/2	-1
$\Omega^-$	-3	-2	0	-1

# La scoperta dell' $\Omega^-$

L' $\Omega^-$  fu prevista da Gell-Mann in base alla sua classificazione delle particelle (eightfold way)



# SU(3)

- SU(3) è lo spazio delle matrici unitarie 3x3 a traccia nulla. Vi sono  $3^2-1=8$  matrici indipendenti.

- Il doppietto base di SU(2) è sostituito da un tripletto  $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}$

- Il tripletto base si trasforma come  $\psi \rightarrow \psi' = U\psi$   
Le matrici U sono matrici unitarie 3x3.

- La rappresentazione canonica delle U è:  $U = e^{-\frac{1}{2}i g \hat{n} \cdot \vec{\lambda}}$

- $\frac{1}{2} \vec{\lambda}$  sono gli 8 generatori del gruppo di simmetria

# Le matrici di Gell-Mann

- Le matrici  $\lambda$  furono introdotte da Gell-Mann e sono equivalenti alle matrici  $\sigma$  di Pauli per SU(2). La forma standard è:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Ci sono 2 matrici diagonali

Gli 8 generatori soddisfano alle regole di commutazione

$$\left[ \frac{1}{2} \lambda_i, \frac{1}{2} \lambda_j \right] = if_{ijk} \frac{1}{2} \lambda_k$$

$$f_{123} = 1; f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{516} = f_{637} = \frac{1}{2}; f_{458} = f_{678} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

Gli  $f_{ijk}$  sono antisimmetrici per lo scambio di due indici

# Ipercarica e isospin

- I due generatori diagonali identificano due numeri quantici additivi che possono essere utilizzati per identificare gli elementi del multipletto. La scelta convenzionale è:

$$I_3 = \frac{1}{2} \lambda_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} ; Y = \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$I_3$  = isospin

$Y$  = ipercarica

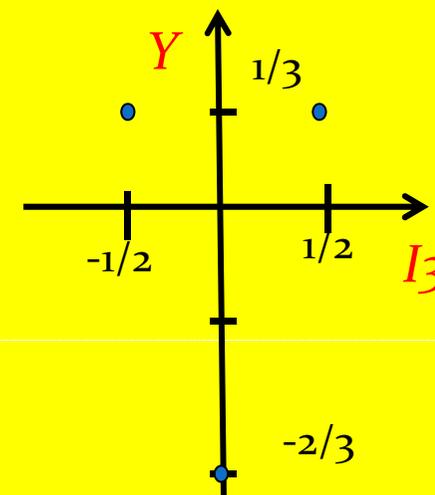
I 3 autovettori del tripletto fondamentale

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$I_3 = \frac{1}{2} ; I_3 = -\frac{1}{2} ; I_3 = 0$$

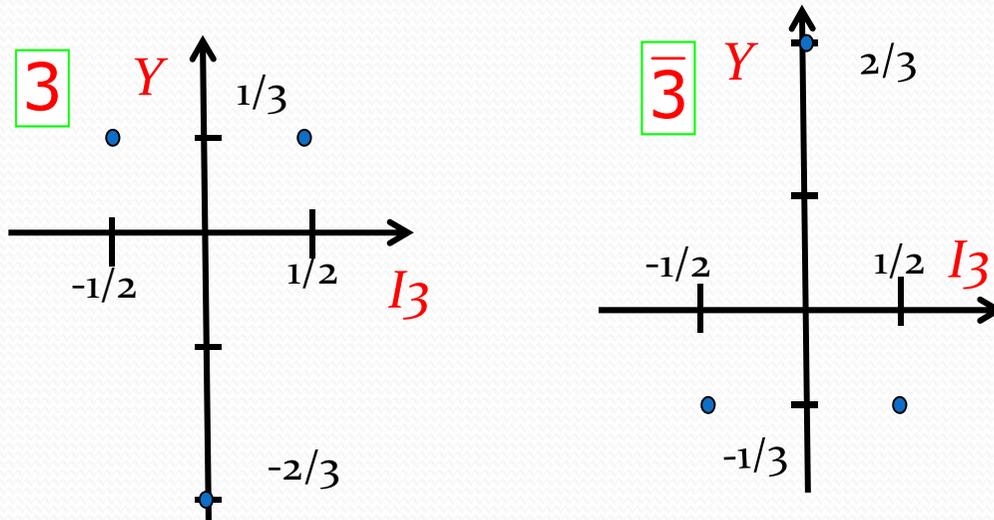
$$Y = \frac{1}{3} ; Y = \frac{1}{3} ; Y = -\frac{2}{3}$$

Gli stati vengono rappresentati in un grafico bidimensionale:



# Prodotto di rappresentazioni

N.B. La rappresentazione coniugata di  $SU(3)$ ,  $\bar{3}$ , si trasforma in modo diverso dalla  $3$  ed ha numeri quantici diversi.



Che cosa è una rappresentazione coniugata diventa chiaro se la si interpreta in termini di particelle e anti-particelle.

- $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$
- $3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$
- $3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \otimes (6 \oplus \bar{3}) =$   
 $= 3 \otimes 6 \oplus 3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$

Queste sono rappresentazioni irriducibili di  $SU(3)$  caratterizzate dagli stessi numeri quantici individuati dagli operatori di Casimir.

Gli stati all'interno di un multipletto sono individuati da  $I_3$  e  $Y$  e sono connessi tra loro dagli operatori ladder.

Si abbia un sistema composto da una  $\Sigma^-$  ed un protone. Scrivere la funzione d'onda del sistema in termini degli stati di isospin totale del sistema e calcolare la probabilità di trovare il sistema in uno stato di spin isotopico totale  $\frac{1}{2}$

- La  $\Sigma^-$  ha  $I=1$  e  $I_3=-1$ , mentre il protone ha  $I=1/2$  e  $I_3 = +1/2$ , combinando insieme i due stati si può avere come isospin totale  $\frac{1}{2}$  oppure  $3/2$  e come terza componente  $-1/2$ .

$$|\Sigma^- p\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$$

- la probabilità di trovare il sistema in uno stato di isospin totale  $\frac{1}{2}$  è di  $2/3$

Il barione  $\Lambda$  decade in protone  $- \pi^-$  oppure in neutrone  $- \pi^0$ . Nel decadimento il quark s della  $\Lambda$  si trasforma in un quark u del nucleone, quindi il suo isospin forte varia di  $\frac{1}{2}$ . Assumendo che nel decadimento della  $\Lambda$  questa regola di selezione venga rispettata e trascurando altre correzioni, qual è il rapporto che ci si aspetterebbe tra il B.R. in  $p - \pi^-$  rispetto a quello in  $n - \pi^0$ ?

Il nucleone ha isospin  $\frac{1}{2}$  mentre il pione ha isospin 1, quindi un nucleone più un pione possono dare isospin totale uguale a  $\frac{1}{2}$  oppure  $\frac{3}{2}$ . La  $\Lambda$  ha isospin zero, quindi nella funzione d'onda del sistema nucleone-pione occorre prendere in considerazione soltanto la componente con isospin  $\frac{1}{2}$ , per la regola di selezione  $\Delta I = 1/2$

$$p + \pi^- = \left| \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle + |1; -1\rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$n + \pi^0 = \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle + |1; 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle$$

La probabilità di transizione è proporzionale al quadrato della funzione d'onda:

$$\frac{B.R.(\Lambda \rightarrow p + \pi^-)}{B.R.(\Lambda \rightarrow n + \pi^0)} = \frac{\left| \langle p + \pi^- | \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \rangle \right|^2}{\left| \langle n + \pi^0 | \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \rangle \right|^2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

I valori sperimentali sono:  $B.R.(\Lambda \rightarrow p + \pi^-) = 63.9\%$  ;  $B.R.(\Lambda \rightarrow n + \pi^0) = 35.8\%$

$$\frac{B.R.(\Lambda \rightarrow p + \pi^-)}{B.R.(\Lambda \rightarrow n + \pi^0)} = \frac{63.9}{35.8} = 1.78$$

Probabilmente vi è un contributo di ordine superiore con  $\Delta I = 3/2$

Il  $K_S^0$  può decadere in due pioni carichi oppure in due pioni neutri. Trovare il rapporto tra il B.R. del decadimento in pioni neutri rispetto a quello in pioni carichi. Si ricorda che per ragioni di simmetria lo stato finale deve avere isospin totale zero

Nei decadimento deboli con  $\Delta S=1$  si ha  $\Delta I=1/2$ , quindi dato che il K ha  $I=1/2$ , lo stato finale dei due pioni deve avere  $I=0$  oppure  $I=1$ . La funzione d'onda dei due pioni deve essere simmetrica rispetto allo scambio delle due particelle, quindi dato che essi hanno spin zero e si trovano in uno stato di momento angolare  $l=0$ , anche la parte di isospin deve essere simmetrica, quindi  $I=0$ .

Utilizzando i coefficienti di Clebsh-Gordan si ha:

$$|0; 0\rangle = +\sqrt{\frac{1}{3}}|1, +1; 1, -1\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|1, 0; 1, 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|1, -1; 1, +1\rangle =$$

$$\text{Di conseguenza abbiamo: } = +\sqrt{\frac{1}{3}}\pi^+\pi^- - \sqrt{\frac{1}{3}}\pi^0\pi^0 + \sqrt{\frac{1}{3}}\pi^-\pi^+$$

$$\frac{B.R.(K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0)}{B.R.(K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)} = \frac{|\langle \pi^0 \pi^0 | 0; 0 \rangle|^2}{|\langle \pi^+ \pi^- | 0; 0 \rangle|^2} = \frac{1}{2}$$

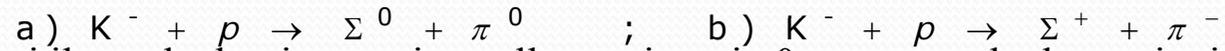
I valori sperimentali sono:

$$B.R.(K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0) = 30.7\% \quad ; \quad B.R.(K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-) = 69.2\%$$

$$\frac{B.R.(K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0)}{B.R.(K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)} = \frac{30.7}{69.2} = 0.44$$

Probabilmente vi è un contributo di ordine superiore con  $\Delta I=3/2$

Dedurre attraverso quali canali di isospin possono avvenire le seguenti due reazioni:



Nel caso in cui il canale dominante sia quello con isospin 0 per entrambe le reazioni, trovare il rapporto tra le sezioni d'urto  $\sigma_a/\sigma_b$

Ricordiamo l'isospin totale e la terza componente delle particelle coinvolte nella reazione e scriviamo lo stato iniziale ed i due stati finali in termini degli autostati di isospin utilizzando i coefficienti di Clebsch-Gordan.

$$K^- = \left| I = \frac{1}{2}; I_3 = -\frac{1}{2} \right\rangle ; \quad p = \left| I = \frac{1}{2}; I_3 = \frac{1}{2} \right\rangle \quad \longrightarrow \quad K^- + p = +\sqrt{\frac{1}{2}} |1; 0\rangle - \sqrt{\frac{1}{2}} |0; 0\rangle$$

$$\Sigma^0 = \left| I = 1; I_3 = 0 \right\rangle ; \quad \pi^0 = \left| I = 1; I_3 = 0 \right\rangle \quad \longrightarrow \quad \Sigma^0 + \pi^0 = +\sqrt{\frac{2}{3}} |2; 0\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |0; 0\rangle$$

$$\Sigma^+ = \left| I = 1; I_3 = 1 \right\rangle ; \quad \pi^- = \left| I = 1; I_3 = -1 \right\rangle \quad \longrightarrow \quad \Sigma^+ + \pi^- = +\sqrt{\frac{1}{6}} |2; 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |1; 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |0; 0\rangle$$

Di conseguenza la reazione a) può avvenire soltanto attraverso il canale di isospin totale 0, mentre la reazione b) può avvenire attraverso il canale con isospin 0 ed anche con isospin 1.

Nel caso in cui il canale dominante sia quello con isospin 0 per entrambe le reazioni, allora il rapporto tra le sezioni d'urto è pari al rapporto dei quadrati dei coefficienti di C.G. dell'autostato di isospin 0 nei due stati finali:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{\left| \langle \Sigma^0 + \pi^0 | 0; 0 \rangle \right|^2}{\left| \langle \Sigma^+ + \pi^- | 0; 0 \rangle \right|^2} = \frac{\left| -\sqrt{\frac{1}{3}} \right|^2}{\left| \sqrt{\frac{1}{3}} \right|^2} = 1$$