

## FISICA GENERALE II PER CHIMICA E CHIMICA INDUSTRIALE

10/7/2001

1. Una sfera conduttrice di raggio  $R_1 = 4$  cm è carica positivamente con densità superficiale  $\sigma_1 = 10^{-12}$  C m<sup>-2</sup>. Essa è concentrica ad una distribuzione uniforme di carica di raggio  $R_2 = 8$  cm, spessore trascurabile e densità superficiale  $\sigma_2$ .
- Determinare l'espressione del campo elettrico in funzione di  $r$  per  $0 < r < \infty$ .
  - Determinare l'analoga espressione del potenziale, assumendo nullo il potenziale all'infinito.
  - Calcolare per quale valore e segno di  $\sigma_2$  il campo elettrico si annulla per  $r > R_2$ ; calcolare per tale valore di  $\sigma_2$  il potenziale della sfera conduttrice.

[Punteggio: 12/30]

2. Ai capi di un generatore di differenza di potenziale  $f = 9$  V e resistenza interna  $r = 0.01$   $\Omega$  è posta la serie di un interruttore I (inizialmente aperto), un'induttanza  $L$  (inizialmente scarica) e una resistenza  $R = 0.1$   $\Omega$ . L'induttanza è costituita da un solenoide di  $N=1000$  spire uniformemente avvolte su un cilindro vuoto di diametro  $d = 1$  cm e lunghezza  $x = 10$  cm. All'interno del cilindro si trova una piccola spira circolare di resistenza  $R' = 0.05$   $\Omega$  e diametro  $d' = 2$  mm; il suo coefficiente di autoinduzione  $L'$  è trascurabile e la sua normale è parallela all'asse del cilindro. Al tempo  $t=0$  viene chiuso l'interruttore I.

- Quanto vale (in modulo) la corrente  $i$  che circola nel circuito principale al tempo  $t = t_1 = 6.22 \times 10^{-3}$  sec ?
- Quanto vale (in modulo) la corrente  $i$  che circola nel circuito principale al tempo  $t = t_2 = 4.49 \times 10^{-2}$  sec ?
- Quanto vale (in modulo) la corrente  $i'$  che circola nella piccola spira al tempo  $t = t_1 = 6.22 \times 10^{-3}$  sec ?
- Quanto vale (in modulo) la corrente  $i'$  che circola nella piccola spira al tempo  $t = t_2 = 4.49 \times 10^{-2}$  sec ?

[Punteggio: 12/30]

3. Un interferometro alla Young in aria ha le due aperture a distanza  $a = 0.4$  mm sulle quali incide luce monocromatica. Si misura una separazione angolare tra frange adiacenti (chiare oppure scure)  $\phi = 0.8$  mrad. Il dispositivo viene poi immerso in un fluido avente indice di rifrazione  $n = 1.25$ .

- Calcolare la separazione angolare  $\phi'$ .

Poi si copre una delle due aperture con una pellicola trasparente di spessore  $s = 0,05$  mm e si osserva uno slittamento del sistema di frange pari a 30 frange (chiare oppure scure).

- Calcolare l'indice di rifrazione della pellicola.

[Punteggio: 6/30]

$$1. \quad (a) \quad 0 < r < R_1 \quad E_0(r) = 0$$

$$R_1 < r < R_2 \quad E_0(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} = \frac{R_1^2 \sigma_1}{\epsilon_0 r^2}$$

$$R_2 < r < \infty \quad E_0(r) = \frac{R_1^2 \sigma_1}{\epsilon_0 r^2} + \frac{R_2^2 \sigma_2}{\epsilon_0 r^2}$$

$$(b) \quad R_2 < r < \infty \quad V_0(r) = \int_{\infty}^r E_0(r) dr = \frac{R_1^2 \sigma_1 + R_2^2 \sigma_2}{\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$R_1 < r < R_2 \quad V_0(r) = \int_{\infty}^{R_2} + \int_{R_2}^r = \frac{R_1^2 \sigma_1 + R_2^2 \sigma_2}{\epsilon_0 R_2} + \frac{R_1^2 \sigma_1}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$0 < r < R_1 \quad V_0(r) = \int_{\infty}^{R_2} + \int_{R_2}^{R_1} + \int_{R_1}^r = \frac{R_1^2 \sigma_1 + R_2^2 \sigma_2}{\epsilon_0 R_2} + \frac{R_1^2 \sigma_1}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \int_{R_1}^r \frac{R_1^2 \sigma_1}{\epsilon_0 r^2} dr$$

$$(c) \quad E_0(r) = 0 \Rightarrow R_1^2 \sigma_1 + R_2^2 \sigma_2 = 0, \quad \sigma_2 = -\sigma_1 \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2 = -\frac{\sigma_1}{4}$$

$$V_0(R_1) = \frac{R_1^2 \sigma_1}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 2,26 \text{ kV}$$

$$3. \quad (a) \quad r_2 - r_1 \cong a \vartheta, \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \vartheta = \begin{cases} 2\pi m & \text{f. chiara} \\ 2\pi \left( m + \frac{1}{2} \right) & \text{f. scura} \end{cases}$$

$$\varphi = \frac{\lambda}{a}$$

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} n a \vartheta = \begin{cases} 2\pi m & \text{f. chiara} \\ 2\pi \left( m + \frac{1}{2} \right) & \text{f. scura} \end{cases}$$

$$\varphi' = \frac{\lambda}{na} = \frac{\varphi}{n} = 0,64 \text{ mrad}$$

$$(b) \quad \Delta m = \frac{\Delta l_{\text{ott.}}}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} (-sn + sn')$$

$$n' = n + \frac{\lambda}{s} \Delta m = 1,53$$

2.

$$L: N, x, S = \pi d^2/4, n = N/x \quad B = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{x}$$
$$\Phi(B) = N S B = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} i = L i \quad L = \frac{\mu_0 N^2 S}{x}$$

Resistenza totale circuito:  $R+r$

Costante di tempo:  $\tau = \frac{L}{R+r}$

Corrente nel circuito principale:  $i(t) = \frac{f}{R+r} (1 - e^{-t/\tau})$

Campo nel solenoide:  $B(t) = \mu_0 n i(t) = \frac{\mu_0 N f}{x(R+r)} (1 - e^{-t/\tau})$

Flusso attraverso piccola spira:  $S' = \pi d'^2/4 \quad \Phi(B) = B(t) S'$

Corrente nella piccola spira  $i' = -\frac{1}{R'} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{S'}{R'} \frac{dB}{dt} =$

$$= -\frac{S'}{R'} \frac{\mu_0 n f}{R+r} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \quad |i'(t)| = i_0 e^{-t/\tau}$$

con  $i_0 = \frac{S' \mu_0 n f}{R' L} = \frac{S'}{NS} \frac{f}{R'}$

Poichè nei dati è  $t_1 = \tau \ln 2$  e  $t_2 = 5\tau$   
le risposte sono:

a)  $\frac{1}{2} \frac{f}{R+r}$

b)  $f/(R+r)$

c)  $\frac{1}{2} \frac{S' f}{NS R'} = \frac{1}{2} \frac{d'^2 f}{Nd^2 R'}$

d) 0

$[ \times (1 - e^{-5}) ]$

$[ \approx e^{-5} ]$