

1. Un filo conduttore, rettilineo e infinito, di diametro $D = 100 \mu\text{m}$, e' coassiale ad un tubo conduttore cilindrico infinito, connesso a terra, avente raggio interno $R = 15 \text{ mm}$. Al filo viene applicata una d.d.p. V rispetto a terra.

(a) Calcolare il valore ed il segno di V tale che il modulo del campo elettrico non superi il valore $E^* = 1 \text{ kV/mm}$, e sia diretto dal tubo verso il filo.

(b) Tracciare il grafico del modulo del campo elettrico in funzione della distanza r dall'asse geometrico del sistema, per $0 < r < \infty$.

(c) Calcolare l'energia elettrostatica per unita' di lunghezza del sistema.

(Punteggio 10/30)

2. Due fili percorsi da correnti stazionarie, di uguali intensita' $I = 120 \text{ A}$, sono disposti secondo gli assi x ed y ed i versi delle correnti sono diretti come gli assi.

Una piccola spira circolare, di raggio $a = 6 \text{ mm}$ e resistenza elettrica $R = 0,2 \Omega$, giacente sul piano (x,y) , si muove con velocita' $v = 15 \text{ cm/s}$ diretta secondo l'asse x .

Inizialmente la spira si trova nel punto (d,d) , con $d = 25 \text{ cm}$. Si noti che $a \ll d$.

(a) Determinare l'espressione della corrente circolante nella spira, specificandone il verso di circolazione.

(b) Calcolare il lavoro necessario per spostare la spira dal punto iniziale (d,d) al punto (D,d) , con $D = 75 \text{ cm}$.

(Punteggio 12/30)

3. Su una fenditura sottile di larghezza $d = 70 \mu\text{m}$ incide ortogonalmente un'onda piana, contenente due lunghezze d'onda λ e λ' . Le frange di diffrazione sono osservate su uno schermo situato nel fuoco di una lente convergente.

Il primo minimo della componente λ e' osservato ad un angolo $\theta = 8,6 \text{ mrad}$. Inoltre il terzo minimo coincide con il quarto minimo della componente λ' .

Trovare le due lunghezze d'onda.

(Punteggio 8/30)

$$1. (a) V = - \int_R^{D/2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2R}{D}\right)$$

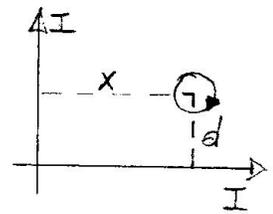
$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{V}{r \ln\left(\frac{2R}{D}\right)}; E_{\max} = E(D/2) = E^*$$

$$V = E^* \frac{D}{2} \ln\left(\frac{2R}{D}\right) = 285 \text{ V}$$

$$(b) U = \int_V \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dV; \quad \frac{U}{l} = \int_{D/2}^R \frac{\epsilon_0}{2} \frac{V^2}{\ln^2\left(\frac{2R}{D}\right)} \frac{2\pi r dr}{r^2} = \frac{\pi \epsilon_0 V^2}{\ln\left(\frac{2R}{D}\right)};$$

$$\text{oppure } U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{V^2}{2} \cdot \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{2R}{D}\right)} = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ J/m.}$$

$$2. (a) \Phi(B_0) \approx \pi a^2 \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x} - \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \right) \quad \text{con } x = vt + d$$



$$\frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Phi}{dt} = -(\pi a^2) \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi vt+d} \right) = \frac{\mu_0 a^2 I v}{2 (vt+d)^2}$$

$$i_1 = \frac{d\Phi}{R} = \frac{\mu_0 a^2 I v}{2R (vt+d)^2}, \quad \text{in senso orario.}$$

$$(b) W = \int_{t_1}^{t_2} P dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\mu_0^2 a^4 I^2 v^2}{4R^2 (vt+d)^4} dt = \frac{\mu_0^2 a^4 I^2 v^2}{4R} \int_d^D \frac{dx}{x^4} =$$

$$= \frac{\mu_0^2 a^4 I^2 v^2}{4R} \left[-\frac{1}{3v} \cdot \frac{1}{x^3} \right]_d^D = \frac{\mu_0^2 a^4 I^2 v}{12R} \left(\frac{1}{d^3} - \frac{1}{D^3} \right) = 4,1 \cdot 10^{-16} \text{ J.}$$

$$3. \quad \vartheta = \frac{\lambda}{d}; \quad \vartheta_3 = 3 \frac{\lambda}{d}; \quad \vartheta_4 = 4 \frac{\lambda}{d}$$

$$\lambda = \vartheta d = 0,602 \mu\text{m}; \quad \lambda' = \frac{3}{4} \lambda = 0,451 \mu\text{m.}$$