

**Laboratorio di Calcolo per Fisici,
Esame del 19/01/2024 mattina, A.A. 2023/2024**

Nome _____ Cognome _____
Matricola _____ Ritirato/a

Lo scopo di questa esercitazione è scrivere un programma in C e uno script in python seguendo la traccia riportata di seguito. Si tenga presente che:

1. Per svolgere il compito si hanno a disposizione 3 ore.
2. Si possono usare libri di testo, prontuari e gli appunti ma non è ammesso parlare con nessuno né utilizzare cellulari, tablet o laptop, pena l'annullamento del compito.
3. Il programma va scritto e salvato esclusivamente sul computer del laboratorio, a cui si deve accedere utilizzando come username **studente** e come password **informatica**
4. **Tutti i file vanno salvati in una cartella chiamata ELCDIC_NOME_COGNOME nella home directory**, dove NOME e COGNOME indicano rispettivamente il tuo nome e cognome. Ad esempio lo studente *Marco Rossi* deve creare una cartella chiamata ELCDIC_MARCO_ROSSI contenente tutti i file specificati nel testo. **Tutto ciò che non si trova all'interno della cartella suddetta non verrà valutato.** In tutti i programmi e script inserisci all'inizio un commento con il tuo nome, cognome e numero di matricola.
5. **Dovete consegnare il presente testo indicando nome, cognome e numero di matricola** (vedi sopra), barrando la casella "Ritirato/a" se ci si vuole ritirare, ovvero se non si vuole che la presente prova venga valutata.

Dati un'ellisse con centro nell'origine di semiassi di lunghezza $2l$ e l , paralleli all'asse x e y rispettivamente, e i due triangoli rettangoli isosceli con l'ipotenusa parallela all'asse y di lunghezza pari a $4l$ ed un vertice nell'origine degli assi, si consideri l'area (in grigio in figura) ottenuta come intersezione di detti triangoli e dell'ellisse, che vale:

$$A_{th} = 4l^2 \arctan(2) \quad (1)$$

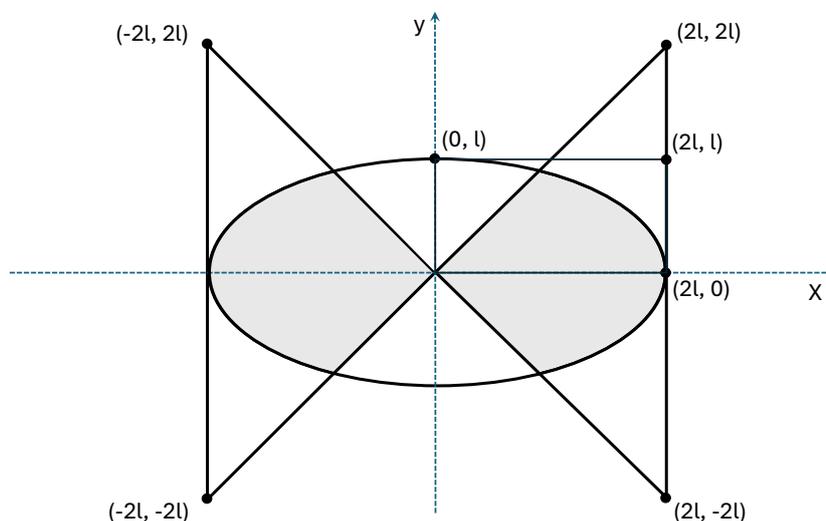


Figura 1: La costruzione geometrica che mette in evidenza in grigio l'area da calcolare.

Possiamo stimare l'area di interesse anche applicando il metodo Monte Carlo a un rettangolo, con i lati paralleli agli assi cartesiani, che ha lo spigolo in basso a sinistra in $(0, 0)$ e quello in alto a destra in $(2l, l)$. Estruendo N punti a caso all'interno del rettangolo e contando il numero di volte N_{in} in cui un punto si trova all'interno dell'ellisse e al di sotto della retta $y = x$, una stima dell'area è

$$A_{MC} = 8l^2 \frac{N_{in}}{N} \quad (2)$$

Suggerimento: La condizione che un punto (x, y) sia all'interno della suddetta ellisse è $x^2 + 4y^2 < 4l^2$.

Effettuando un numero N_{TRIES} di volte questa operazione (a N fissato), una stima dell'errore associato al calcolo numerico dell'area è dato da

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\langle A_{\text{MC}}^2 \rangle - \langle A_{\text{MC}} \rangle^2}{N_{\text{TRIES}}}} \quad (3)$$

dove

$$\langle A_{\text{MC}}^2 \rangle = \frac{1}{N_{\text{TRIES}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{TRIES}}} A_{\text{MC},i}^2, \quad \langle A_{\text{MC}} \rangle = \frac{1}{N_{\text{TRIES}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{TRIES}}} A_{\text{MC},i}$$

sono le medie di A_{MC}^2 e A_{MC} calcolate su tutti gli N_{TRIES} valori $A_{\text{MC},i}^2$ e $A_{\text{MC},i}$, con $i \in [0, N_{\text{TRIES}}]$.

► **Prima parte:** Si scriva un programma chiamato nome_cognome.c (tutto minuscolo, senza eventuali spazi, accenti o apostrofi) che stimi l'errore ϵ in funzione di N . In particolare il programma dovrà:

1. Chiedere all'utente di inserire $l \in [L_{\text{min}}, L_{\text{max}}]$, dove $L_{\text{min}} = 1$ e $L_{\text{max}} = 5$ vanno definite come macro.
2. Effettuare il calcolo di ϵ per $N = 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000$.
3. All'interno del ciclo su N , stimare numericamente $N_{\text{TRIES}} = 10$ volte l'area tramite l'equazione 2 e quindi calcolare l'errore associato utilizzando l'equazione 3.
4. Alla fine di ogni iterazione, stampare a schermo N , A_{th} e A_{MC} e controllare che (specialmente per N grandi) ci sia accordo tra i valori. **Commentare l'istruzione di stampa una volta sicuri del funzionamento.**
5. Una volta stimato l'errore per un valore di N , stampare su un file chiamato errore.dat $\log_{10}(N)$ e $\log_{10}(\epsilon)$. Questi ultimi valori devono venir stampati con 6 cifre significative dopo la virgola.

Nello scrivere il programma si richiede che vengano implementate almeno le seguenti funzioni:

- inserimento(...) che chieda all'utente di inserire l , assicurandosi che il valore si trovi nell'intervallo $[1.0, 5.0]$.
- dentro_intersez(...) che prende in input le coordinate di un punto come un array di due elementi ed il valore di l e restituisce 1 se il punto si trova all'interno della regione grigia, 0 altrimenti.
- estrai (...) che genera le coordinate di un punto scelto casualmente nel rettangolo che ha lo spigolo in basso a sinistra in $(0,0)$ e quello in alto a destra in $(2l,l)$. Questa funzione deve prendere in input il valore di l ed un puntatore tramite il quale restituire le coordinate del punto estratto.

► **Seconda parte:** Utilizzando il file errore.dat creare con python il relativo grafico. Nello stesso grafico fare un plot della retta $y = -\frac{x}{2}$. Infine, salvare un'immagine di tale grafico in un file chiamato "errore.png". Lo script python si dovrà chiamare nome_cognome.py.