Fisica 1 per chimica industriale, compito scritto 14/07/2017
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

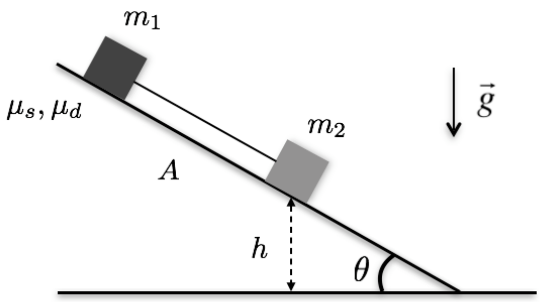
Tempo a disposizione 3 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1 - Meccanica del punto materiale

Due corpi (punti materiali) di massa m_1=1 Kg ed m_2=2 Kg scendono lungo un piano inclinato di un angolo θ=30° rispetto all'orizzontale. I due corpi sono inizialmente fermi e sono collegati da una fune inestensibile di massa trascurabile, come indicato in Figura 1. Tra il corpo 1 ed il piano sono presenti coefficienti di attrito statico μ_s=0.7 ed attrito dinamico μ_d=0.5 , mentre sul corpo 2 non agiscono forze di attrito. Nell'istante iniziale il corpo 2 si trova ad una quota *h=1 m* dalla base del piano inclinato.

Determinare:
a) l'accelerazione dei due corpi e la tensione della fune;
b) il lavoro compiuto della forza di attrito tra l'istante iniziale e quello in cui il corpo 2 raggiunge la base del piano inclinato;
c) il valore massimo di m_2 tale che il sistema resti inizialmente in equilibrio.

Figura 1

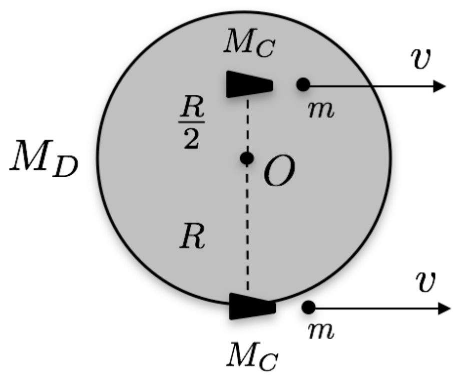


Esercizio 2 - Meccanica dei sistemi

Un disco omogeneo di massa $M_D = 3\,Kg$ e raggio $R = 0.4\,m$ e' libero di ruotare senza attrito intorno ad un asse fisso disposto verticalmente e passante per il centro del disco O. Sul bordo del disco sono fissati due piccoli cannoncini (punti materiali) di massa $M_C = 0.5\,Kg$ che possono sparare proiettili tangenzialmente al disco. Il sistema disco+cannoncini e' inizialmente in quiete. Ad un certo istante, vengono sparati due proiettili (punti materiali) di massa $m = 0.1\,Kg$ con velocita' di uscita dal cannoncino pari a $v = 15\,m/s$, come indicato in Figura 2.

Calcolare, subito dopo lo sparo:
a) il momento d'inerzia I del sistema disco+cannoncini;
b) la velocita' angolare ω del sistema disco+cannoncini, indicando il verso di rotazione;
c) l'energia prodotta nello sparo dei due proiettili.

Figura 2

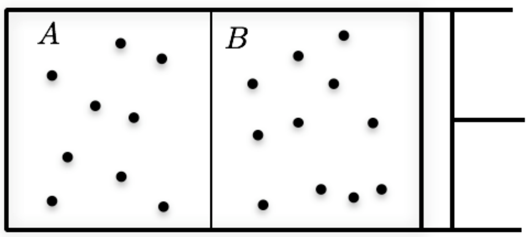


Esercizio 3 - Termodinamica

Un cilindro a pareti adiabatiche e' diviso in due parti A e B da una piastra metallica fissa che conduce bene il calore. Nel settore B e' presente un pistone mobile adiabatico che puo' scorrere senza attrito. Sia in A che in B sono contenuti $n = 4\,mol$ di un gas perfetto monoatomico ed il sistema si trova inizialmente in equilibrio termodinamico alla temperatura $T_0 = 258\,K$. Il gas in B viene quindi compresso reversibilmente dall'esterno ricevendo un lavoro pari ad $L = -1250\,J$ fino a che il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio.

Determinare:
a) la temperatura finale del sistema T_f;
b) il calore scambiato dal gas contenuto in A, indicando se acquistato o ceduto;
c) le variazioni di entropia del sistema A+B (ΔS_{AB}), del gas contenuto in A (ΔS_A) e del gas contenuto in B (ΔS_B).

Figura 3



Soluzione - Esercizio 1

Consideriamo un sistema di riferimento cosi' definito:
asse x = direzione del piano inclinato, orientato verso il basso
asse y = direzione ortogonale ad x, orientato secondo il verso uscente dal piano inclinato.

a)

Le equazioni del moto per il corpo 1 sono:
$m_1 g \sin\theta + T - \mu_d N_1 = m_1 a$ (dove il modulo della forza di attrito dinamico che agisce sul corpo 1 vale $F_d = \mu_d N_1$)
$N_1 - m_1 g \cos\theta = 0$

Le equazioni del moto per il corpo 2 sono:
$m_2 g \sin\theta - T = m_2 a$

Da cui si ottiene un sistema di due equazioni per le due incognite a e T:
$m_1 g \sin\theta + T - \mu_d m_1 g \cos\theta = m_1 a$
$m_2 g \sin\theta - T = m_2 a$

Risolvendo il sistema:
$$a = g \sin\theta - \frac{\mu_d m_1 g \cos\theta}{(m1 + m2)} = 3.5\ m/s^2$$
$T = m_2 g \sin\theta - m_2 a = 2.8\ N$

b)

I corpi percorrono il tratto Δs lungo il piano inclinato:
$\Delta s = h / \sin\theta$

$$L_{attr.} = -F_d\, \Delta s = -\mu_d m_1 g \cos\theta \frac{h}{\sin\theta} = -\frac{\mu_d m_1 g h}{\tan\theta} = -8.5\ J$$

c)

Nel caso statico l'accelerazione e' nulla e le condizioni di equilibrio diventano:

$m_1 g \sin\theta + T - F_s = 0$ (dove F_s e' il modulo della forza di attrito statico che agisce sul corpo 1)
$m_2 g \sin\theta - T = 0$

Sommando:
$m_1 g \sin\theta + m_2 g \sin\theta = F_s$

La forza di attrito statico ha un valore massimo:
$F_s < \mu_s N_1 = \mu_s m_1 g \cos\theta$

Si ottiene quindi:

$m_1 g \sin\theta + m_2 g \sin\theta < \mu_s m_1 g \cos\theta$

da cui si deriva il valore massimo della massa del corpo 2 affinche' ci sia equilibrio:

$m_2 \sin\theta < \mu_s m_1 \cos\theta - m_1 \sin\theta$

$$m_2 < m_1 \left(\frac{\mu_s}{\tan\theta} - 1\right) = m_2^{max} = 0.21\ Kg$$

Soluzione - Esercizio 2

Orientiamo l'asse z nella direzione ortogonale al piano e verso uscente dal foglio. Il verso positivo e' quello delle rotazioni in senso antiorario.

a)

Dopo lo sparo il momento d'inerzia del sistema formato dal disco + i due cannoncini e' pari a:

$I = I_{disco} + I_{cannoncini} = \frac{1}{2}M_D R^2 + M_C R^2 + M_C \left(\frac{R}{2}\right)^2 = 0.34\ Kg\ m^2$

b)

Si conserva il momento angolare del sistema (disco+cannoncini+proiettili) rispetto all'asse z fisso passante per il punto O.

$J^i_{sistema} = 0$ (sistema in quiete)

$J^f_{sistema} = J^f_{disco+cannoncini} + J^f_{proiettili}$

Si calcolano i momenti angolari:

$J^f_{disco+cannoncini} = I\omega$

$J^f_{proiettili} = mvR - mvR/2 = mv(R/2)$

Imponendo la conservazione del momento angolare:

$J^f_{disco+cannoncini} + J^f_{proiettili} = 0$

si ricava:

$\omega = -\frac{mvR}{2I} = -0.88\ rad/s$ (verso di rotazione orario)

c)

L'energia prodotta durante lo sparo e' data dalla differenza tra l'energia finale e quella iniziale del sistema:

$E_i = 0$ (sistema in quiete)

$E_f = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = 22.6\ J$

$\Delta E = E_f - E_i = 22.6\ J$

Soluzione - Esercizio 3

Per un gas perfetto monoatomico: $c_V = \frac{3}{2}R$

a)
Osservando il sistema A+B nel suo insieme, si tratta di una compressione adiabatica reversibile (quindi Q=0).

$\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = Q - L = -L$ (>0, essendo L<0)

$nc_V(T_f - T_0) + nc_V(T_f - T_0) = -L$

$$T_f = T_0 - \frac{L}{2nc_V} = 270.5K$$

b)
Il gas in A compie una trasformazione isocora.
$\Delta U_A = \text{Q}_A - \text{L}_A = \text{Q}_A$ (volume costante e quindi $\text{L}_A = 0$)

$\text{Q}_A = nc_V(T_f - T_0) = 623.5\,J$ (>0 calore acquistato da A, ceduto da B)

c)
Il sistema A+B, nel suo insieme, compie una trasformazione adiabatica reversibile e pertanto:
$\Delta S_{A+B} = 0$

Il gas in A riceve calore a volume costante:
$$\Delta S_A = nc_V ln\frac{T_f}{T_0} = 2.36\,J/K$$

Di conseguenza per il gas in B:
$\Delta S_B = \Delta S_{A+B} - \Delta S_A = -2.36\,J/K$