Fisica 1 per chimica industriale, compito scritto 15/07/2015

Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: Matricola:

Tempo a disposizione 4 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1 - Meccanica del punto materiale

Una corpo (punto materiale) di massa $m=5\text{Kg}$ scivola lungo un piano avente un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d=0.2$ ed inclinato di un angolo $\theta=30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Nel punto A, il corpo possiede inizialmente una velocita' $v_A = 1\text{m/s}$ diretta lungo il piano inclinato (vedi Figura 1). Dopo aver percorso un tratto $L=1\text{m}$ lungo il piano, il corpo incontra nel punto B l'estremo libero di una molla ideale di costante elastica k e la comprime. Si misura che la massima compressione della molla e' pari a $\Delta x=20\text{cm}$.

Determinare:

- il lavoro della forza di attrito nel tratto AB di lunghezza L ;
- il modulo della velocita' del corpo nel punto B;
- la costante elastica k della molla.

[N.B. l'attrito e' presente lungo tutto il piano inclinato e quindi anche durante la fase di compressione della molla.]

Figura 1

Esercizio 2 - Meccanica dei sistemi

Tre corpi (A, B, C), schematizzabili come punti materiali di massa $m_A = 2m$ ed $m_B = m_C = m$, possono scorrere senza attrito lungo una guida rettilinea di lunghezza infinita. Inizialmente i corpi A e C si muovono con velocita' costante v_0 mentre il corpo B e' fermo, come mostrato in Figura 2. Ad un certo istante, il corpo A compie un urto elastico contro il corpo B.

Rispondere alle seguenti domande:

- determinare l'energia cinetica del corpo B dopo il primo urto elastico tra A e B;
- mostrare che avverra' successivamente un secondo urto tra B e C.

Assumendo che dopo il secondo urto i corpi B e C rimangano attaccati (urto completamente anelastico), determinare:

- la velocita' finale del sistema B+C;
- l'energia meccanica dissipata nel secondo urto.

[Riportare tutti i risultati in funzione delle quantita' note m e v_0]

Figura 2

Esercizio 3 - Termodinamica

Un recipiente rigido, conduttore di calore, chiuso da un pistone mobile di massa trascurabile e sezione pari a $S=0.007\text{m}^2$, contiene $n=3$ moli di gas perfetto biatomico. Il gas si trova inizialmente nello stato A di equilibrio termodinamico con l'ambiente esterno, alla pressione atmosferica $P_A = 1.01 \cdot 10^5\text{Pa}$ ed alla temperatura ambiente $T_A = 300\text{K}$. Il gas viene dunque compresso in maniera irreversibile ponendo sul pistone un blocco di massa $M=20\text{Kg}$. Dopo un certo tempo, il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio termodinamico B.

Determinare:

- il volume iniziale V_A occupato dal gas nello stato iniziale A;
- la pressione P_B , la temperatura T_B , ed il volume V_B del gas nello stato finale B;
- il lavoro subito dal gas ed il calore scambiato dal gas nella trasformazione AB;
- la temperatura alla quale il gas si sarebbe portato nello stato finale se il recipiente ed il pistone fossero stati adiabatici.

Figura 3

Soluzione - Esercizio 1

a)

$$L_{\text{attrito}} = -|F_{\text{attrito}}| \cdot L = -\mu_d \cdot mg \cos \theta \cdot L = -8.5 \text{ J}$$

b)

$$L_{\text{attrito}} = \Delta E = E_B - E_A$$

$$E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + mg(h_B + L \sin \theta)$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gL(\sin \theta - \mu_d \cos \theta)} = 2.72 \text{ m/s}$$

c)

$$L_{\text{attrito}}' = \Delta E = E_f - E_B$$

$$L_{\text{attrito}}' = -\mu_d \cdot mg \cos \theta \cdot \Delta x$$

$$E_f = mgh_{\text{min}} + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

$$E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg(h_{\text{min}} + \Delta x \sin \theta)$$

$$k = 2 \frac{mg\Delta x(\sin \theta - \mu_d \cos \theta) + \frac{1}{2}mv_B^2}{\Delta x^2} = 1085 \text{ N/m}$$

Soluzione - Esercizio 2

a)

Nell'urto elastico tra A e B si conservano l'energia e la quantità di moto.

$$\begin{cases} 2mv_0 = 2mv_A + mv_B \\ \frac{1}{2}2mv_0^2 = \frac{1}{2}2mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si ottengono:

$$\begin{aligned} v_B &= \frac{4}{3}v_0 \\ v_A &= \frac{1}{3}v_0 \\ K_B &= \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{8}{9}mv_0^2 \end{aligned}$$

b)

$$v_B = \frac{4}{3}v_0 > v_C = v_0$$

Quindi, essendo la guida infinita, il corpo B incontrerà il corpo C dopo un certo tempo finito.

c)

Nell'urto completamente anelastico tra B e C si conserva solo la quantità di moto (non l'energia).

$$\begin{aligned} m\frac{4}{3}v_0 + mv_0 &= (m+m)v_f \\ v_f &= \frac{7}{6}v_0 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} E_f &= \frac{1}{2}(m+m)\left(\frac{7}{6}v_0\right)^2 \\ E_i &= \frac{1}{2}m\left(\frac{4}{3}v_0\right)^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 \end{aligned}$$

$$E_{diss}(\text{urto BC}) = E_f - E_i = -\frac{mv_0^2}{36}$$

Soluzione - Esercizio 3

Per un gas perfetto biatomico: $c_V = \frac{5}{2}R$

a)

$$V_A = \frac{n \cdot R \cdot T_A}{P_A} = 0.074 \text{ m}^3$$

b)

$$P_B = P_A + \frac{Mg}{S} = 1.29 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$T_B = T_A = 300\text{K}$ (le pareti del recipiente conducono calore e quindi il gas e' alla stessa temperatura dell'ambiente)

$$V_B = \frac{n \cdot R \cdot T_B}{P_B} = 0.058 \text{ m}^3$$

c)

$$L_{AB} = P_B(V_B - V_A) = -2064 \text{ J}$$

$\Delta U_{AB} = Q_{AB} - L_{AB} = 0$ (la temperatura iniziale e' uguale a quella finale)

$$Q_{AB} = L_{AB} = -2064 \text{ J}$$

d)

Se il recipiente e' adiabatico allora $Q_{AB} = 0$

$$\Delta U_{AB} = -L_{AB}$$

$$\Delta U_{AB} = n c_V (T_B - T_A)$$

$$\begin{cases} n c_V (T_B - T_A) = -P_B (V_B - V_A) \\ P_B V_B = n \cdot R \cdot T_B \end{cases}$$

Risolvendo il sistema:

$$T_B = \frac{n c_V T_A + P_B V_A}{n(c_V + R)} = 324\text{K}$$

$$(V_B = \frac{n \cdot R \cdot T_B}{P_B} = 0.063 \text{ m}^3)$$