

Fisica 1 per chimica industriale, primo esonero 12/04/2017 - Meccanica del punto materiale
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: Matricola:

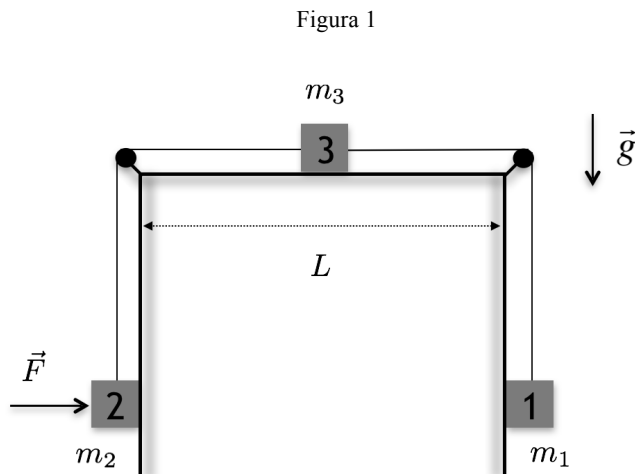
Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1

Un corpo di massa $m_3 = 3Kg$ e' posto al centro di un tavolo orizzontale di larghezza $L = 40\text{ cm}$. Esso e' collegato tramite due fili (inestensibili, di massa trascurabile, e passanti attraverso due carrucole ideali) a due corpi di massa $m_1 = 2Kg$ ed $m_2 = 1Kg$, come mostrato in Figura 1. Il corpo di massa m_2 viene mantenuto in contatto con la parete verticale del tavolo tramite l'applicazione di una forza costante di modulo $F = 18.6\text{ N}$ e direzione orizzontale. E' inoltre presente attrito tra i corpi e le superfici orizzontali e verticali del tavolo, con coefficiente di attrito dinamico pari a $\mu_d = 0.1$. In queste condizioni il sistema, inizialmente in quiete, si mette in moto.

Determinare:

- l'accelerazione dei corpi e le tensioni dei due fili;
- il tempo necessario al corpo di massa m_3 per raggiungere il bordo del tavolo;
- il lavoro totale svolto dalle forze di attrito dall'istante iniziale a quello in cui il corpo di massa m_3 raggiunge il bordo del tavolo.



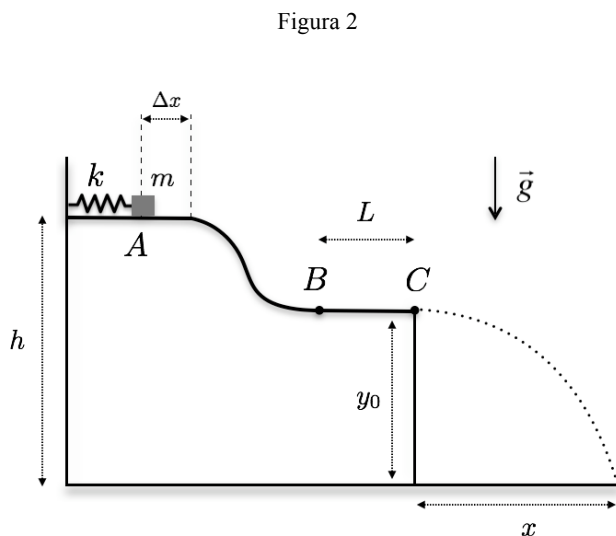
Esercizio 2

Un corpo (punto materiale) di massa $m=100g$ si muove su una guida come mostrato in Figura 2. Alla cima della guida di altezza $h = 1.5\text{ m}$ e' posta una molla ideale di costante elastica $k=100\text{ N/m}$ e massa trascurabile. Nell'istante iniziale la molla e' compressa di una quantita' $\Delta x=10\text{ cm}$ rispetto alla propria lunghezza a riposo ed il corpo viene posto fermo a contatto con la molla nel punto A. Nella fase di estensione, la molla spinge il corpo che inizia a muoversi a contatto con la guida. Il corpo raggiunge quindi la base della guida posta ad una quota $y_0 = 1\text{ m}$ ed infine cade a terra ad una distanza x dalla guida. Solo nel tratto orizzontale BC di lunghezza $L = 50\text{ cm}$ e' presente un coefficiente di attrito dinamico pari a $\mu_d = 0.5$.

Determinare:

- la velocita' del corpo nel punto B e la velocita' del corpo nel punto C;
- la distanza x ;
- il coefficiente di attrito dinamico minimo nel tratto BC affinché il corpo non cada a terra.

[Nota: la molla puo' solo spingere il corpo]



Soluzione - Esercizio 1

a)

Grazie alle carrucole possiamo assumere che tutti i corpi si trovino su una retta. Orientiamo l'asse delle ascisse nella direzione della forza peso che agisce sul corpo 1. Chiamiamo T_1 e T_2 le tensioni che agiscono sui corpi 1 e 2 rispettivamente. In questo sistema di riferimento le equazioni del moto sono:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a$$

$$T_1 - T_2 - F_{attr.,3} = m_3 a$$

$$T_2 - m_2 g - F_{attr.,2} = m_2 a$$

(nota: l'accelerazione e' la stessa per tutti i corpi dal momento che i fili che li collegano sono inestensibili)

Le forze di attrito sono:

$$F_{attr.,3} = \mu_d N_3 = \mu_d m_3 g$$

$$F_{attr.,2} = \mu_d N_2 = \mu_d F$$

Risolvendo il sistema di 3 equazioni si ricavano l'accelerazione e le tensioni:

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g - \mu_d(m_3 g + F)}{m_1 + m_2 + m_3} = 5/6 \text{ m/s}^2 = 0.83 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = m_1(g - a) = 17.9 \text{ N}$$

$$T_2 = m_2(g + a) + \mu_d F = 12.5 \text{ N}$$

(nota: le due tensioni devono avere modulo diverso, altrimenti il corpo 3 sarebbe fermo)

b)

Il moto del corpo 3 e' uniformemente accelerato.

$$x = 1/2 a t^2$$

Quindi il tempo Δt di arrivo al bordo (dopo aver percorso una distanza $L/2$) si ottiene dalla relazione

$$L/2 = 1/2 a \Delta t^2$$

da cui:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{L}{a}} = 0.69 \text{ s}$$

c)

Il lavoro totale delle forze di attrito si ottiene sommando i contributi delle forze che agiscono sui corpi 2 e 3.

$$L_{attrito} = -F_{attr.,2} \frac{L}{2} - F_{attr.,3} \frac{L}{2} = -\mu_d F \frac{L}{2} - \mu_d m_3 g \frac{L}{2} = -0.96 \text{ J}$$

Soluzione - Esercizio 2

Si definisce l'energia potenziale della forza peso in modo che sia nulla a terra.

Si definisce l'energia potenziale della forza elastica in modo che sia nulla nella posizione a riposo della molla.

a)

Durante il moto a contatto con la guida la reazione vincolare normale e' sempre ortogonale allo spostamento e quindi il lavoro fatto e' nullo. Non contribuisce quindi all'energia del punto materiale.

L'energia meccanica si conserva da A a B essendo presenti solo forze conservative che fanno lavoro (forza elastiche e forza peso):

$$E_A = 1/2 k \Delta x^2 + mgh$$

$$E_B = 1/2 m v_B^2 + mgy_0$$

Imponendo $\Delta E = E_B - E_A = 0$ si ottiene:

$$v_B = \sqrt{\frac{k \Delta x^2}{m} + 2g(h - y_0)} = 4.45 \text{ m/s}$$

La velocita' in C si ottiene imponendo che la differenza in energia meccanica tra B e C e' dovuta al lavoro delle forze di attrito:

$$L_{attrito} = \Delta E = E_C - E_B$$

$$E_B = 1/2 m v_B^2 + mgy_0$$

$$E_C = 1/2 m v_C^2 + mgy_0$$

$$L_{attrito} = -F_{attr}L = -(\mu_d N) L = -\mu_d mg L$$

Imponendo $L_{attrito} = \Delta E = E_C - E_B$ si ottiene:

$$v_C = \sqrt{v_B^2 - 2\mu_d g L} = \sqrt{\frac{k \Delta x^2}{m} + 2g(h - y_0) - 2\mu_d g L} = 3.86 \text{ m/s}$$

b)

Il punto materiale abbandona la guida in C ed esegue un moto parabolico sotto l'effetto della sola forza peso.

$$a_x = 0, \quad a_y = -g$$

$$v_x = v_C, \quad v_y = -gt$$

$$x = v_C t, \quad y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

Il corpo tocca terra al tempo Δt quando $y=0$:

$$0 = y_0 - \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

$$x = v_C \Delta t = 1.74 \text{ m}$$

c)

Il valore minimo del coefficiente di attrito dinamico affinche' il corpo non cada a terra corrisponde al caso in cui il corpo si ferma nel punto C (ovvero $v_C = 0$).

Dall'espressione di v_C del punto a) si ottiene quindi la condizione:

$$v_C = 0$$

$$\frac{k \Delta x^2}{m} + 2g(h - y_0) - 2\mu_{d,min} g L = 0$$

da cui:

$$\mu_{d,min} = \frac{k \Delta x^2}{2mgL} + \frac{(h - y_0)}{L} = 2$$