Fisica 1 per chimica industriale, terzo esonero 19/06/2017 - Termodinamica
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

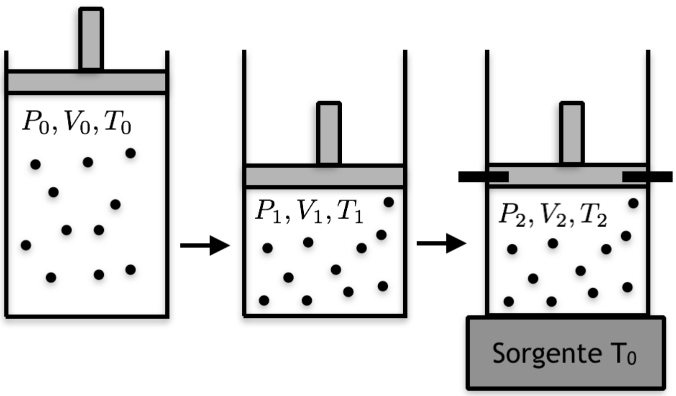
Esercizio 1

Un gas perfetto biatomico si trova inizialmente in equilibrio termodinamico all'interno di un recipiente a pressione $P_0 = 10^5\ Pa$, volume $V_0 = 10\ 10^{-3} m^3$ e temperatura $T_0 = 293\ K$. Agendo dall'esterno sul pistone, il gas esegue una compressione adiabatica reversibile che lo porta ad occupare il volume $V_1 = 1.5\ 10^{-3} m^3$.
Determinare:
a) il numero di moli n del gas, la pressione P_1 e la temperatura T_1 dopo questa trasformazione;

Il pistone viene quindi bloccato in modo da mantenere costante il volume del recipiente, ed il gas viene messo a contatto termico con una sorgente a temperatura T_0 fino al raggiungimento dell'equilibrio termodinamico.

Determinare:
b) la pressione P_2 e la temperatura T_2 nello stato finale, ed il calore Q_{gas} scambiato dal gas durante la trasformazione (indicando se acquistato o ceduto dal gas);
c) la variazione di entropia del gas e la variazione di entropia dell'universo tra lo stato iniziale (P_0, V_0, T_0) e quello finale (P_2, V_2, T_2).

Figura 1

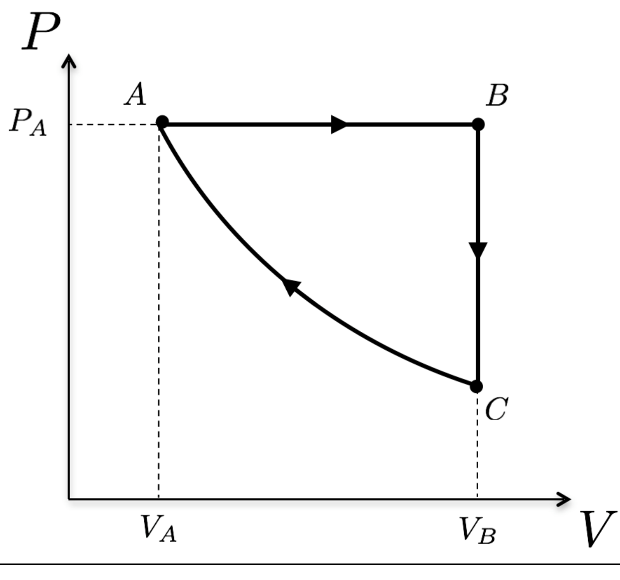


Esercizio 2

Una mole (n=1) di gas perfetto monoatomico esegue il ciclo termodinamico indicato in Figura 2 e costituito da tre trasformazioni reversibili: una isobara ($A \rightarrow B$), una isocora ($B \rightarrow C$), ed una isoterma ($C \rightarrow A$).

Sapendo che $P_A = 5\ 10^5\ Pa$, $V_A = 5\ 10^{-3} m^3$, $V_B = 2V_A$, determinare:
a) le variazioni di energia interna in ciascuna delle tre trasformazioni;
b) il lavoro eseguito dal gas nel ciclo termodinamico;
c) il rendimento del ciclo termodinamico, e confrontarlo con il rendimento di un ciclo di Carnot che opera tra le temperature massime e minime raggiunte dal gas.

Figura 2



Soluzione - Esercizio 1

Gas biatomico

$c_V = \frac{5}{2}R$, $c_P = \frac{7}{2}R$, $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 7/5 = 1.4$

a)

$n = \frac{P_0 V_0}{R T_0} = 0.41\, mol$

La trasformazione e' adiabatica reversibile. ($PV^\gamma = cost.$):
$P_0 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma$
$P_1 = P_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma = 14.24\ 10^5 Pa$
$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = 627K$

b)

La trasformazione e' isocora irreversibile dal momento che il gas viene subito messo a contatto con la sorgente a temperatura finale T_0.

$V_2 = V_1$

$T_2 = T_0 = 293\ K$

$P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_0}{V_1} = 6.66\ 10^5 Pa$

$\Delta U_{gas} = Q_{gas} - L_{gas} = Q_{gas}$ ($L_{gas} = 0\ essendo\ un\ trasf.isocora$)

$Q_{gas} = \Delta U_{gas} = nc_V(T_0 - T_1) = -2846\, J\ < 0$ ($calore\ ceduto\ dal\ gas\ alla\ sorgente\ a\ temperatura\ T_0$)

c)

$\Delta S_{gas} = nc_V ln(\frac{T_2}{T_0}) + nRln(\frac{V_2}{V_0}) = nRln(\frac{V_1}{V_0}) = -6.47\, J/K$ <0 (diminuzione di entropia)

$\Delta S_{ambiente} = \Delta S_{ambiente}(adiabatica\ rev.) + \Delta S_{ambiente}(isocora\ irr.)$

$\Delta S_{ambiente}(adiabatica\ rev.) = 0$ (l'ambiente non scambia calore con il gas)

Nell'isocora (unica trasformazione dove si scambia calore):
$Q_{sorgente} + Q_{gas} = 0$

$\Delta S_{ambiente}(isocora\ irr.) = \frac{Q_{sorgente}}{T_0} = \frac{-Q_{gas}}{T_0} = \frac{|Q_{gas}|}{T_0} = 9.71\,\frac{J}{K}$ >0 (aumento di entropia)

$\Delta S_{universo} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{ambiente} = 3.24\, J/K\ > 0$
(essendo l'universo un sistema isolato in cui avvengono trasformazioni irreversibili)

Soluzione - Esercizio 2

Gas monoatomico

$c_V = \frac{3}{2}R$, $c_P = \frac{5}{2}R$

a)
$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 300\ K$
$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 600\ K$
$T_C = T_A$

$\Delta U_{AB} = nc_V\ (T_B - T_A) = 3741\ J$
$\Delta U_{BC} = nc_V\ (T_C - T_B) = -3741\ J$
$\Delta U_{CA} = nc_V\ (T_A - T_C) = 0$

b)

$L_{AB} = P_A(V_B - V_A) = 2500\ J$
$L_{BC} = 0$
$L_{CA} = nRT_A ln\frac{V_A}{V_B} = -nRT_A ln2 = -1729\ J$

$L_{ciclo} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = 771\ J\ > 0\ (macchina\ termica)$

c)

$|Q_{ass}| = Q_{AB} = nc_P(T_B - T_A) = 6235\ J\ > 0\ (calore\ assorbito)$
Nei tratti BC e CA il calore viene ceduto dal gas.

$\eta = \frac{L_{ciclo}}{|Q_{ass}|} = 0.124$

Le temperature minime e massime che il gas raggiunge durante il ciclo sono:
$T_{min} = T_A = T_C = 300K$
$T_{max} = T_B = 600K$

Il rendimento di una macchina di Carnot che opera tra queste due temperature e':
$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 0.5$
$\eta_{Carnot} > \eta$ come previsto dal Teorema di Carnot.