Fisica 1 per chimica industriale, Esame scritto 27/06/2017
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: ..... Matricola: .....

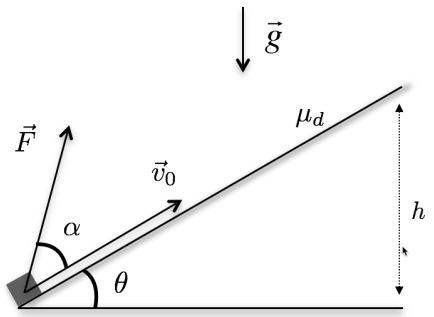
Tempo a disposizione 3 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1

Un corpo di massa $m = 1Kg$ (punto materiale) si muove con velocita' iniziale $v_O = 1\,m/s$ lungo un piano inclinato di un angolo $\theta = 30°$ rispetto all'orizzontale. Tra il corpo ed il piano agisce una forza di attrito con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.1$. Una forza esterna F costante e' applicata sul corpo secondo una direzione inclinata di un angolo $\alpha = 45°$ rispetto al piano inclinato, come indicato in Figura 1.
Determinare:
a) il valore massimo del modulo della forza (F_{max}) tale che il corpo non si sollevi dal piano inclinato.

Assumendo che il modulo della forza F sia la meta` di F_{max}, determinare:
b) l'accelerazione del corpo;
c) la massima quota *h* raggiunta dal corpo.

Figura 1



Esercizio 2

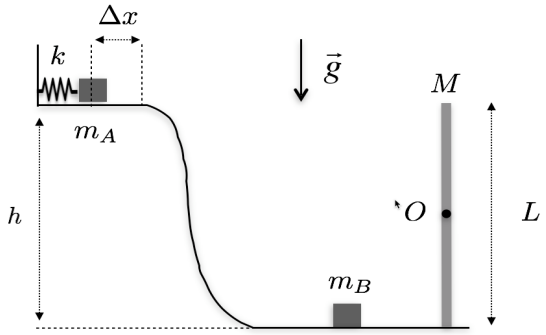
Un corpo A (punto materiale) di massa $m_A = 0.1Kg$ si puo' muovere mantendo sempre il contatto con una guida priva di attrito, come mostrato in Figura 2. Inizialmente il corpo e' fermo ad una altezza da terra $h = 1\,m$. In cima alla guida e' posta una molla ideale di costante elastica k=100N/m, collegata per un estremo ad una parete fissa. Nell'istante iniziale la molla e' compressa di una quantita' $\Delta x = 0.1\,m$ ed il corpo si trova a contatto con la molla. Nella fase di estensione, la molla spinge il corpo che inizia a muoversi a contatto con la guida. Il corpo A scende lungo la guida fino a raggiungere un tratto rettilineo sul quale e' posto fermo un corpo B (punto materiale) di massa $m_B = 0.2Kg$.
Determinare:
a) la velocita' del corpo A un istante prima di urtare il corpo B.

Dopo l'urto, A e B restano attaccati (urto completamente anelastico). Determinare:
b) la velocita' del sistema "A+B" dopo l'urto e l'energia dissipata nell'urto.

Infine, il corpo "A+B" urta in maniera completamente anelastica contro l'estremo di una sottile sbarretta omogenea di massa M=1 Kg e lunghezza L=1m. La sbarretta, posta ferma in posizione verticale, e' libera di ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il proprio centro O. Determinare:
c) la velocita' angolare del sistema "sbarretta+A+B" un istante dopo l'urto.

[Nota: la molla puo' solo spingere il corpo A.]

Figura 2



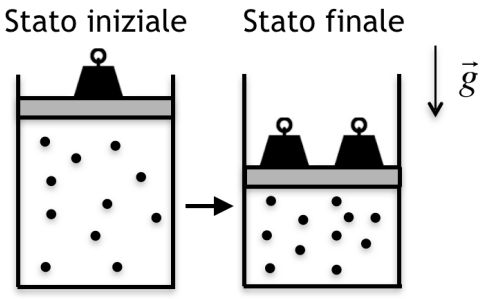
Esercizio 3

In un cilindro, munito di pistone mobile di massa trascurabile e sezione S=0.0049 m^2, sono contenuti n=0.05 *mol* di un gas perfetto monoatomico. Sia le pareti del cilindro che il pistone sono termicamente isolanti ed il cilindro e' immerso in un ambiente alla pressione atmosferica $P_0 = 10^5$Pa. Nello stato iniziale, un corpo di massa *m*=10Kg e' posto sul pistone come indicato in Figura 3, ed il sistema di trova all'equilibrio termodinamico a temperatura T_i=300K. Determinare:
a) la pressione iniziale (P_i) ed il volume iniziale (V_i) del gas.

Un secondo corpo di massa *m* viene appoggiato sul pistone ed il gas si comprime fino a raggiungere un nuovo equilibrio termodinamico.

Determinare:
b) la pressione (P_f), il volume (V_f), e la temperatura (T_f) del gas nello stato finale;
c) la variazione di entropia del gas tra lo stato iniziale e finale.

Figura 3



Soluzione - Esercizio 1

Definiamo asse x quello parallelo al piano nella direzione di v_0, e l'asse y ortogonale al piano nella direzione da esso uscente.

a)

La risultante delle forze lungo l'asse y e' nulla, se il corpo si muove a contatto con il piano:
$R_y = F\sin\alpha + N - mg\cos\theta = 0$ (condizione del vincolo)
Da cui:
$N = mg\cos\theta - F\sin\alpha$

Essendo il vincolo unilaterale, il corpo resta sul piano (non si solleva) se la reazione normale e' positiva:
$mg\cos\theta - F\sin\alpha > 0$
$F < \dfrac{mg\cos\theta}{\sin\alpha} = F_{max} = 12\ N$

b)

$F = \dfrac{1}{2}\dfrac{mg\cos\theta}{\sin\alpha} = 6\ N$
$N = mg\cos\theta - F\sin\alpha = \dfrac{mg\cos\theta}{2}$

La risultante delle forze lungo l'asse x e':
$R_x = F\cos\alpha - mg\sin\theta - \mu_d N = ma_x$

$\dfrac{1}{2}\dfrac{mg\cos\theta}{\sin\alpha}\cos\alpha - mg\sin\theta - \mu_d\dfrac{mg\cos\theta}{2} = ma_x$

L'accelerazione vale dunque:
$a_x = g\left(\dfrac{1}{2}\cos\theta\,(\cot\alpha - \mu_d) - \sin\theta\right) = -1.08\ m/s^2\ <\ 0\ (decelerazione)$

c)

Il moto del corpo e' uniformemente accelerato con accelerazione negativa.
Le equazioni del moto sono:

$x = v_0 t - 1/2|a_x|\ t^2$
$v_x = v_0 - |a_x|t$

Il corpo raggiunge la massima quota al tempo t_{stop} quando si ferma, $v_x(t_{stop}) = 0$:
$v_0 - |a_x|t_{stop} = 0$
$t_{stop} = \dfrac{v_0}{|a_x|}$

Il corpo percorre il seguente spazio nel tempo t_{stop}:
$x(t_{stop}) = v_0 t_{stop} - 1/2|a_x|\ {t_{stop}}^2 = 1/2\ \dfrac{{v_0}^2}{|a_x|}$

La massima quota raggiunta e' quindi:

$h =\ x(t_{stop})\ \sin\theta = 1/2\ \dfrac{{v_0}^2}{|a_x|}\sin\theta = 0.23\ m$

Soluzione - Esercizio 2

a)
Nel primo tratto si conserva l'energia del corpo A.

$E_i = \frac{1}{2}k\Delta x^2 + m_A g h$

$E_f = \frac{1}{2}m_A v_A^2$

$E_i = E_f$

$\frac{1}{2}k\Delta x^2 + m_A g h = \frac{1}{2}m_A v_A^2$

$v_A = \sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m_A} + 2gh} = 5.44\ m/s$

b)
Nell'urto completamente anelastico si conserva la quantita' di moto.

$p_i = m_A v_A$

$p_f = (m_A + m_B)V_{A+B}$

$p_i = p_f$

$V_{A+B} = m_A v_A\ /(m_A + m_B) = 1.81\ m/s$

L'energia dissipata e' la differenza di energia tra prima e dopo l'urto:

$E_i = \frac{1}{2}m_A v_A^2 = 1.48\ J$

$E_f = \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_{A+B}^2 = 0.49\ J$

$E_f - E_i = -0.99\ J$

c)
Nel secondo urto si conserva la componente della quantita' di moto parallela all'asse orizzontale passante per il polo fisso O.

Dopo l'urto il sistema sbarretta+A+B ha il seguente momento d'inerzia rispetto all'asse passante per O:

$I_{tot} = I_{sbarretta} + I_{A+B} = \frac{ML^2}{12} + (m_A + m_B)\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 0.158\ Kg\ m^2$

Si calcolano i momenti angolori prima e dopo l'urto:

$J_i = (m_A + m_B)V_{A+B}\frac{L}{2}$

$J_f = I_{tot}\omega_f$

$J_i = J_f$

$I_{tot}\omega_f = (m_A + m_B)V_{A+B}\frac{L}{2}$

$\omega_f = \frac{(m_A + m_B)V_{A+B}\frac{L}{2}}{I_{tot}} = 1.72\ rad/s$

Soluzione - Esercizio 3

Gas monoatomico: $c_V = \frac{3}{2}R$

a)
La pressione iniziale e' la somma della pressione atmosferica piu' quella esercitata dal corpo di massa m.
$P_i = P_{ext} = P_0 + \frac{mg}{S} = 1.2\ 10^5\ Pa$
$V_i = \frac{nRT_i}{P_i} = 0.001\ m^3$

b)
La trasformazione e' una adiabatica irreversibile in cui la pressione esterna resta costante:
$P_f = P_{ext} = P_0 + \frac{(2m)g}{S} = 1.4\ 10^5\ Pa$

$\Delta U \ = nc_V(T_f \ - T_i)$
Q = 0 (recipiente adiabatico)
L = $P_{ext}\Delta V = P_f(V_f - V_i)$

$\Delta U = Q - L$
da cui:
$nc_V(T_f \ - T_i) = -P_f(V_f - V_i)$ [1]

Essendo:
$P_f V_f = nRT_f$
$P_i V_i = nRT_i$

riscriviamo la [1] come:
$nc_V T_f \ - nc_V T_i = -P_f V_f + \frac{P_f}{P_i} P_i V_i$
$nc_V T_f \ - nc_V T_i = -nRT_f \ + \frac{P_f}{P_i} nRT_i$

$T_f \ = T_i \frac{\left(c_V + \frac{P_f}{P_i}R\right)}{(c_V + R)} = 320\ K$

$V_f \ = nRT_f \ / P_f = 0.00095\ m^3$

c)
La variazione di entropia del gas vale:

$\Delta S_{if} = nc_V ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nRln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = 0.0187\ J/K$