# Esercizi sul secondo e terzo principio della dinamica, reazioni vincolari, piano inclinato, attrito - Fisica 1

**Esercizio 1**

Un proiettile di piombo di 10 g, che si muove alla velocita' $v_0 = 120\ Km/h$, si conficca in un albero per d=5 cm. Si trovi la forza media esercitata dall'albero sul proiettile.

**Soluzione:**

Si assume che venga applicata una forza costante (forza media) durante tutto il moto.
Essendo F=ma l'accelerazione e' costante, e quindi il moto e' uniformemente accelerato (o meglio "decelerato" in quanto il corpo si ferma).

$a_x(t) = -a$

$v_x(t) = v_0 - at$

$x(t) = v_0 t - 1/2 a t^2$

Il corpo si ferma dopo un certo tempo T che si ricava imponendo la velocita' nulla:

$v_x(T) = v_0 - aT = 0$ da cui $T = v_0/a$

$x(T) = v_0 T - 1/2 a T^2 = {v_0}^2/a - 1/2\ a(v_0/a)^2 = 1/2\ {v_0}^2/a = d$ (distanza di arresto)

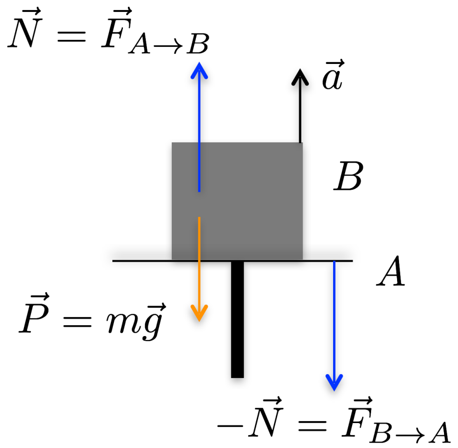
da cui
$a = {v_0}^2/2d$

La forza media e' quindi: $F = ma = {v_0}^2 m/2d = 111\ N$

**Esercizio 2**

Un montacarichi sta sollevando una cassa di m=120 Kg con un'accelerazione costante verso l'alto di 0.5 $m/s^2$. Determinare: a) la risultante delle forza che agiscono sulla cassa; b) la forza che il montacarichi esercita sulla cassa c) la forza che la cassa esercita sul montacarichi.

**Soluzione:**




A = montacarichi
B = cassa

a) La cassa si muove con accelerazione pari ad $a$ , quindi per il secondo principio della dinamica la risultante delle forze che agiscono sul corpo vale:

$F = ma = 60\ N$

b) $\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_{A\to B}$

Orientando l'asse y verso l'alto:

$F = ma = -mg + F_{A\to B}$ da cui: $F_{A\to B} = ma + mg = m(a + g) = 1236$ N

c) Per il terzo principio della dinamica:

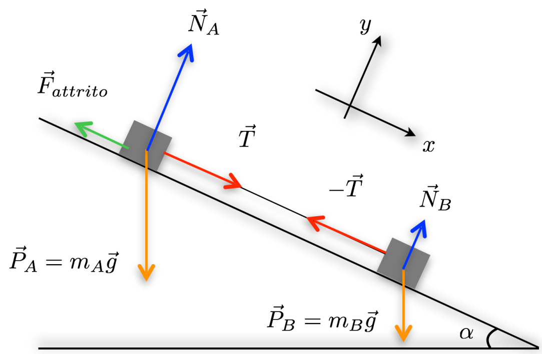
$\vec{F}_{B\to A} = -\vec{F}_{A\to B}$ da cui $F_{B\to A} = 1236\ N$

Nota:
il montacarichi non scende verso il basso in quanto, a sua volta, e' vincolato dal pavimento su cui poggia.

**Esercizio 3**

Due corpi di massa $m_A = 20\ Kg$ ed $m_B = 10\ Kg$ sono collegati da una fune inestensibile priva di massa. Essi sono inizialmente fermi e si possono muovere lungo un piano inclinato che forma un angolo $\alpha = 30°$ con l'orizzontale. Il corpo A, situato piu' in alto rispetto a B, presenta un coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.3$ ed attrito dinamico $\mu_d = 0.25$, mentre il corpo B non presenta attrito con la superficie del piano.
a) Dimostrare che i corpi scendono lungo il piano inclinato;
b) Determinare l'accelerazione dei 2 corpi e la tensione della fune durante la discesa;
c) Assumendo che il corpo A scivoli senza attrito, determinare la tensione della fune in queste condizioni.

**Soluzione:**




Scriviamo le equazioni del moto dei due corpi nel sistema di riferimento x,y (dove l'asse x e' parallelo al piano inclinato diretto verso il basso e l'asse y e' ortogonale al piano inclinato diretto verso l'alto).

Corpo A:
$F_{x,A} = m_A g \sin\alpha + T - F_{attrito} = m_A a_{x,A}$
$F_{y,A} = N_A - m_A g \cos\alpha = m_A a_{y,A}$

Corpo B:
$F_{x,B} = m_B g \sin\alpha - T = m_B a_{x,B}$
$F_{y,B} = N_B - m_B g \cos\alpha = m_B a_{y,B}$

Lungo l'asse y i corpi sono fermi a seguito del vincolo del piano inclinato ($a_{y,A} = a_{y,B} = 0$) da cui:
$N_A = m_A g \cos\alpha$
$N_B = m_B g \cos\alpha$

**a)**

Caso attrito statico $F_{attrito} = F_s$ ("s" indica l'attrito "statico")

Imponiamo che i corpi siano fermi lungo l'asse x (sono sempre fermi lungo asse y come mostrato prima) e verifichiamo quali condizioni devono essere soddisfatte perche' cio' accada.

Essendo $a_{x,A} = a_{x,B} = 0$ segue dalle equazioni del moto per i corpi A e B lungo l'asse x mostrate sopra:

$m_A g \sin\alpha + T - F_s = 0$
$m_B g \sin\alpha - T = 0$

Dalla seconda si ricava la tensione della fune
$T = m_B g \sin\alpha$
che sostituita nella prima equazioni fornisce
$F_s = (m_A + m_B) g \sin\alpha$
che rappresenta la forza di attrito statico che agisce sul corpo.

La forza di attrito statico massima che puo' essere esercitata sul corpo A vale

$F_{s,max} = \mu_s N_A = \mu_s m_A g \cos\alpha$

Essendo il valore massimo possiamo scrivere:

$$F_s = (m_A + m_B) g \sin\alpha \ < F_{s,max} = \mu_s m_A g \cos\alpha$$

da cui si ricava una condizione sull'angolo che deve essere rispettata affinche' i corpi A e B restino fermi:

$$\tan\alpha < \frac{\mu_s m_A}{(m_A + m_B)}$$

e quindi:

$$\alpha < arctan\left(\frac{\mu_s m_A}{(m_A + m_B)}\right) = 11.3° = \alpha_{max}$$

Essendo l'angolo fornito dal problema $\alpha = 30°$ la disuguaglianza non e' soddisfatta, e quindi il sistema NON resta fermo ed i corpi iniziano a scivolare verso il basso.

**b)**

Sapendo che il sistema non resta in equilibrio, come dimostrato nel punto a), il corpo A sicuramente si muove e quindi dobbiamo utilizzare l'attrito dinamico: $F_{attrito} = F_d$ ("d" indica l'attrito "dinamico").

L'attrito agisce solo sul corpo A e vale:
$F_d = \mu_d N_A = \mu_d m_A g \cos\alpha$

Le equazioni del moto lungo l'asse y sono le stesse di prima, mentre quelle lungo l'asse x diventano:

Corpo A:
$F_{x,A} = m_A g \sin\alpha + T - F_d = m_A a_{x,A}$ --> $F_{x,A} = m_A g \sin\alpha + T - \mu_d m_A g \cos\alpha = m_A a_{x,A}$

Corpo B:
$F_{x,B} = m_B g \sin\alpha - T = m_B a_{x,B}$

Essendo la fune inestensibile i corpi A e B si muovono con la stessa accelerazione
$a_{x,A} = a_{x,B} = a_x$

Quindi otteniamo un sistema di 2 equazioni in 2 incognite (a e T):

$m_A g \sin\alpha + T - \mu_d m_A g \cos\alpha = m_A a_x$
$m_B g \sin\alpha - T = m_B a_x$

Risolvendo il sistema si ottiene:

$$a_x = \frac{m_A(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha) + m_B \sin\alpha}{(m_A + m_B)} g = 3.48\ m/s^2$$

$T = m_B g \sin\alpha - m_B a_x = 14.2\ N$

**c)**

Se $\mu_d = 0$ allora la
$$a_x = \frac{m_A(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha) + m_B \sin\alpha}{(m_A + m_B)} g$$
diventa
$$a_x = \frac{(m_A + m_B)\sin\alpha}{(m_A + m_B)} g = g \sin\alpha$$

e quindi la tensione diventa:
$T = m_B g \sin\alpha - m_B a_x = m_B g \sin\alpha - m_B g \sin\alpha = 0$

I due corpi scendono entrambi senza attrito e quindi la fune NON e' in tensione.